

التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{5}{2}U_n - 6$ ثم نضع $V_n = U_n - 4$

(1) (أ) يبي أنه $U_n > 4$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(ب) أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$

(2) (أ) يبي أنه $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{2}$ و أحسب V_n بدلالة n

(ب) استنتج أنه $U_n = 4 + \left(\frac{5}{2}\right)^n$ بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني

لكه $(U_n)_{n > 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_1 = 0$ و $U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$ و نضع $W_n = \frac{1}{1 + U_n}$

(1) (أ) يبي أنه $U_n > -1$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

(ب) تحقق أنه $U_n - U_{n+1} = \frac{(U_n + 1)^2}{U_n + 3}$ ثم أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ و استنتج أنها متقاربة

(2) (أ) يبي أنه $(W_n)_{n > 0}$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ ثم أحسب W_n بدلالة n

(ب) استنتج أنه $U_n = \frac{1-n}{1+n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$) و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

(1) (أ) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

(ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 0 و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(2) يبي أنه $f(x) < x$ ($\forall x \in]1, +\infty[$) و أول النتيجة هندسيا

(3) (أ) يبي أنه $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ ($\forall x \in]0, +\infty[$)

(ب) أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) لكه g الدالة المعرفة على $[1, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

(أ) يبي أنه g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يتعيه تحديده

(ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكه x مه I (لاحظ أنه $x - 2\sqrt{x} + 2 = (\sqrt{x} - 1)^2 + 1$)

(5) أرسم في نفس المعلم المنحنى (C) و منحنى الدالة g^{-1}

(6) نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ بحيث : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = g(u_n)$

(أ) يبي أنه $u_n > 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(ب) أدرس رتبة المتتالية $(u_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة

(ج) حدد نهاية المتتالية $(u_n)_n$