

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

1. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n \leq 0$

2. أدرس رقابة المتتالية  $(U_n)_n$  واستنتج أنها متقاربة

3. نضع  $V_n = \frac{1}{1 + U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ. بين أن  $(V_n)_n$  متتالية حسابية وأحسب  $V_n$  بدلالة  $n$   
 ب. حدد الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$  وأحسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

1. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 < U_n < 2$

2. تحقق أن  $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$  وأدرس رقابة المتتالية  $(U_n)_n$

3. نضع  $V_n = \frac{2 - U_n}{1 - U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ. بين أن  $(V_n)_n$  متتالية هندسية وأحسب  $V_n$  بدلالة  $n$   
 ب. حدد الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$

4. أ. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(U_n - 1)$

ب. أثبت أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n - 1 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n$  واستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

1. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n \leq 0$

2. أدرس رقابة المتتالية  $(U_n)_n$  واستنتج أنها متقاربة

3. نضع  $V_n = \frac{1}{1 + U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ. بين أن  $(V_n)_n$  متتالية حسابية وأحسب  $V_n$  بدلالة  $n$   
 ب. حدد الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$  وأحسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

1. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 < U_n < 2$

2. تحقق أن  $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$  وأدرس رقابة المتتالية  $(U_n)_n$

3. نضع  $V_n = \frac{2 - U_n}{1 - U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ. بين أن  $(V_n)_n$  متتالية هندسية وأحسب  $V_n$  بدلالة  $n$   
 ب. حدد الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$

4. أ. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(U_n - 1)$

ب. أثبت أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n - 1 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n$  واستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$