واجب محروس رقم1   *الدورة 1*   مدة الانجاز : ساعة واحدة   **B**

تمرين1:(14ن) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 6 \\ u_0 = 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = u_n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

B

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين2: (6ن) أحسب النهايات التالية :
1) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3$ **2)** $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4n^2 - 2n + 3}{n^4 - 1}$ **3)** $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2n^4 + 3n - 5}{n^2 - 2}$ الأستاذ: عثماني نجيب

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n^2 + 4n - 2}{n^2 + 3}$ **5)** $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n} - 5\right)\left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2\right)$ **6)** $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n - 6^n$

انتـــــهـــى

التنقيط : *التمرين 1* 1) 4ن 2) 3ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 3ن

التمرين 2 : 1ن لكل سؤال

Prof/ATMANI NAJIB - *Année Scolaire 2016-2017 Semestre 1*

تصحيح الفرض المحروس رقم 1 B

تمرين1: (13ن) 1) 4ن 2) 3 ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 2ن

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1} = 3U_n + 6$

و $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_0 = 1$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $V_n = U_n + 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الأجوبة :

1) نعوض nب0 فنجد:

$u_{0+1} = 3\times u_0 + 6 = 3\times 1 + 6 = 3 + 6 = 9$ اذن : $u_1 = 9$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1} = 3\times u_1 + 6 = 3\times 9 + 6 = 33$ اذن : $u_2 = 10$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0 = u_0 + 3 = 1 + 3 = 4$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1 = u_1 + 3 = 9 + 3 = 12$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}+3}{u_n+3} = \frac{3u_n+6+3}{u_n+3} = \frac{3u_n+9}{u_n+3} = \frac{3(u_n+3)}{u_n+3} = 3 = q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $v_0 = 4$

3)كتابة v_n بدلالة n:

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $v_0 = 4$

فان: $v_n = 4\times(3)^n$

4)استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n + 3$ اذن: $v_n - 3 = u_n$ أي: $u_n = 4\times 3^n - 3$

5)حساب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 4\times 3^n = +\infty$

لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty} (3)^n = +\infty$ $a = 3 > 1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 4\times 3^n - 3 = +\infty$

تمرين2: (7ن) 1 ن لكل سؤال

أحسب النهايات التالية :1) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4n^2-2n+3}{n^4-1}$ **3)** $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2n^4+3n-5}{n^2-2}$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n^2+4n-2}{n^2+3}$ **5)** $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{3}{\sqrt{n}}-2\right)$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n - 6^n$

الأجوبة :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3 = \lim\limits_{n\to+\infty} 4n^3 = +\infty$

2)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2-2n+3}{n^4-1} = \lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^4} = \lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^{2+2}} = \lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^2\times n^2} = \lim_{n\to+\infty}\frac{4}{n^2} = 0$$

3)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{2n^4+3n-5}{n^2-2} = \lim_{n\to+\infty}\frac{2n^4}{n^2} = \lim_{n\to+\infty}\frac{2n^2\times n^2}{n^2} = \lim_{n\to+\infty} 2n^2 = +\infty$$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n^2+4n-2}{n^2+3} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n^2}{n^2} = 5$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{3}{\sqrt{n}}-2\right)$

نعلم أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3}{\sqrt{n}} = 0$ **ومنه :**

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{2}{\sqrt{n}}-2\right) = (0-5)(0-2) = 10$$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n - 6^n = +\infty - \infty$ **ش غ م**

$$\lim_{n\to+\infty} 4^n - 6^n = 4^n\left(1-\frac{6^n}{4^n}\right) = 4^n\left(1-\left(\frac{6}{4}\right)^n\right)$$

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n = +\infty$ **لأن :** $4 > 1$

ولدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{6}{4}\right)^n = +\infty$ **لأن :** $\frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 1$

ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n - 6^n = 6^n\left(1-\left(\frac{6}{4}\right)^n\right) = +\infty(1-\infty) = -\infty$