حاسبس فرض محروس رقم

التمرين 1

لتكن φ الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathscr{D}=]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ بما يلي :

$$\forall x\in\mathscr{D}:\varphi(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{1+x}$$

1. أدرس تغيرات الدالة φ ، ثم استنتج أن :

$$\forall x\in\mathscr{D}:\varphi(x)>0$$

2. باستعمال ، مبرهنة التزايدات المنتهية، على الدالة $\ln$ على المجال $[x,x+1]$ ، بين من جديد أن :

$$\forall x\in\mathscr{D}:\varphi(x)>0$$

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathscr{D}\cup\{0\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1. أدرس اتصال وقابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 .
2. أحسب نهايات f عند محدات المجموعة $\mathscr{D}\cup\{0\}$.
3. أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathscr{D}$ ، ثم أعط جدول تغيرات f.
4. أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$.
5. لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$g(x)=f(-1-x)$$

أ- حدد $\mathscr{D}_g$ حيز تعريف الدالة g .

ب- بين أن المنحنيين $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C}_g)$ متماثلان بالنسبة للمستقيم $(\Delta):x=-\frac{1}{2}$، معللا جوابك.

جـ- أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_g)$ في المعلم السابق.

د- [illegible] : $\forall n\in\mathbb{N}^*:f(n)<1<g(n)$.

هـ- استنتج أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*:\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<e<\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$

6. أ- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال J ينبغي تحديده.

ب- حل في $\mathbb{R}^+$ المعادلة $f(x)=f^{-1}(x)$.

التمرين 2

* ق ت د معرف بما يلي:

$\forall (x,y)\in\mathbb{Z}^2$

$x*y=xy-3(x+y)+12$

1- ادرس التباديلية والتجميعية لـ $*$ في $\mathbb{Z}$

2- حدد العنصر المحايد لـ $*$ في $\mathbb{Z}$

3- حدد العناصر التي تقبل حماريا

4- بين أن $]3,+\infty[$ جزء مستقر في $(\mathbb{Z},*)$

التمرين 3

$$E=\left\{M(x)=\begin{pmatrix} a^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} / x\in\mathbb{R}\right\}$$

و $a>0$

1- بين أن E جزء مستقر في $(M_3(\mathbb{R}),\times)$

2- حدد بنية $(E;\times)$