

نيابة عين السبع الحي المحمدي الثانوية التأهيلية الحسين بن علي	امتحان تجريبي في مادة الرياضيات مدة الانجاز: ساعة و نصف	المستوى: الأولى ثانوي تأهيلي الشعبة: آداب السنة الدراسية: 2007/2006
--	---	---

التمرين الأول (المنطق) (3 نقط)		
(1) حدد قيمة حقيقة العبارة التالية معللا جوابك	$(0=1) \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$	1
(2) أثبت صحة الاستلزام التالي: $x^2 = y^2 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 0$	$x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$	1
(3) اعط نفي ما يلي: $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \geq 0$		1
التمرين الثاني (الحساب العددي) (4 نقط)		
A - ليكن x و y عددين متناسبين مع 2 و 5. حدد قيمة العددين x و y علما أن $x + y = 14$		0.75
B - نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)$ حيث $P(x) = x^2 - 6x + 5$		
(1) حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$		1
(2) حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) < 0$		0.75
C - حل في \mathbb{R}^2 النظام التالي مستعملا طريقة المحددات: $(S) : \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$		1.5
التمرين الثالث (عموميات حول الدوال) (3 نقط)		
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = x^2 + 1$		0.5
أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f		
ب- ادرس زوجية الدالة f		0.5
ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $f(x) - 1$. ماذا تستنتج؟		0.5
ث- ادرس رتبة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$		1.5
التمرين الرابع (المتتاليات العددية) (3 نقط)		
نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بعلاقة التراجع التالية: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}$		
(1) أثبت أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددنا أساسها		1.25
(2) اعط صيغة الحد العام		0.5
(3) احسب u_{75} ثم استنتج المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{75}$		1.25
التمرين الخامس (التعداد) (4 نقط)		
(1) احسب A_7^3 و $3!$ و C_6^2		1.5
(2) يحتوي صندوق على 3 كرات لونها أحمر و 4 لونها أخضر و واحدة لونها أزرق		
A - نسحب تأنيا 3 كرات من الصندوق.		0.5
• ماهو عدد الحالات الممكنة؟		1
• ماهو عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء		1
B - نسحب بالتتابع و بدون إحلال 3 كرات من الصندوق		1
• ماهو عدد الحالات الممكنة؟		1
التمرين السادس (النهايات) (3 نقط)		
احسب: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3$ ، $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x + 1}{x - 2}$		3

التمرين الأول (المنطق)

(1) $\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \Rightarrow (0=1)$ عبارة صحيحة لأن $(0=1)$ عبارة خاطئة.

(2) نفترض أن $x^2 = y^2$ ($\forall y \in IR$) ($\forall x \in IR$) عبارة صحيحة
إذن $x^2 - y^2 = 0$ أي $(x - y)(x + y) = 0$ عبار صحيحة و بالتالي فإن الاستلزام صحيح

(3) $(\exists x \in \mathbb{R}) : |x| < 0$

التمرين الثاني (الحساب العددي)

A- لدينا $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{7} = \frac{14}{7} = 2$

بما أن $\frac{x}{2} = 2$ فإن $x = 4$ و بما أن $\frac{y}{5} = 2$ فإن $y = 10$

-B

(1) بما أن :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$= 36 - 20$$

$$= 16 > 0$$

فإن للمعادلة حلين مختلفين هما :

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{6 - 4}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{6 + 4}{2}$$

$$= \frac{10}{2}$$

$$= 5$$

$$S = \{1, 5\} \quad \text{إذن}$$

(2)

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
P(x)	+	0	-	0	+

$$S =]1; 5[$$

-C

بمان : $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -13 \neq 0$ فإن (S) نظمة كرامر لها حل وحيد في \mathbb{R}^2 ، $(x; y)$ حيث

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{-13}$$

$$= -\frac{9}{13}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{-13}$$

$$= -\frac{7}{13}$$

و

$$S = \left\{ \left(-\frac{7}{13}; -\frac{9}{13} \right) \right\} \text{ إذن}$$

التمرين الثالث (عموميات حول الدوال)

أ- $D_f = \mathbb{R}$ (لأن دالة حدودية)

ب- نعلم أن $\mathbb{R} =]-\infty, 0] \cup]0, +\infty[$ أي المجالات متماثلة بالنسبة للصفر ، إذن لكل x من \mathbb{R} ، $-x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = (-x)^2 + 1$$

$$= x^2 + 1 \quad \bullet \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ لدينا :}$$

$$= f(x)$$

خلاصة : f دالة زوجية

ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $f(x) - 1$. ماذا تستنتج؟

لكل x من \mathbb{R} لدينا : $f(x)-1 = x^2 + 1 - 1$
 $= x^2 \geq 0$
أي لكل x من \mathbb{R} $f(x) \geq 1$ إذن الدالة f مصعرة بالعدد 1

ث- ادرس رتبة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$
ليكن x و y عنصرين من $[0; +\infty[$ مختلفين. لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{f(x) - f(y)}{x - y} &= \frac{(x^2 + 1) - (y^2 + 1)}{x - y} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)}{x - y} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)}{x - y} \\ &= x + y \end{aligned}$$

وبما أن x و y عنصرين من $[0; +\infty[$ و مختلفين فإن $x + y > 0$ أي $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} > 0$ ، إذن
 f دالة تزايدية قطعاً على المجال $[0; +\infty[$.

التمرين الرابع (المتتاليات العددية)

(1) لكل n من \mathbb{N} لدينا : $u_{n+1} - u_n = u_n + 3 - u_n = 3$ إذن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها 3

(2) نعلم أن لكل n من \mathbb{N} $u_n = u_p + (n - p)r$ حيث r و u_p أساس و أحد حدود المتتالية الحسابية
على التوالي . إذن $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n$

(3) احسب u_{75} ثم استنتج المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75}$

$$\begin{aligned} u_{75} &= 1 + 3 \times 75 \\ &= 1 + 225 \\ &= 226 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75} \\ &= \frac{(75-0+1)(u_0 + u_{75})}{2} \\ &= \frac{76(1+226)}{2} \\ &= 38 \times 227 \\ &= 8626 \end{aligned}$$

التمرين الخامس (التعداد)

(1)

$$\begin{aligned} A_7^3 &= 7 \times 6 \times 5 \\ &= 210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3! &= 3 \times 2 \times 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_6^2 &= \frac{6!}{2! \times (6-2)!} \\ &= \frac{4! \times 5 \times 6}{(2 \times 1) \times 4!} \\ &= \frac{5 \times 6}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

(2)

• عدد الحالات الممكنة $-A$

$$\begin{aligned} C_8^3 &= \frac{8!}{3! \times 5!} \\ &= 7 \times 8 \\ &= 56 \end{aligned}$$

• عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء

$$C_3^2 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

-B

• عدد الحالات الممكنة

$$A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

التمارين السادس (النهايات)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x+1}{x-2} = -\infty$$

$$\left(\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} x - 2 = 0^- \text{ و } \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} 2x + 1 = 5 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} x - 3 \\ &= -2 \end{aligned}$$