

**Exercice1 ( 4 points )**

On considère la fonction numérique f définie par :  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - x + 1}$

- 1.5      1. a-Etudier le signe de  $x^2 - x + 1$  sur  $\mathbb{R}$   
            b-Déduire que  $D_f = \mathbb{R}$
- 1,5      2. a-Montrer que f est majorée par 2 sur  $\mathbb{R}$   
            b) 2 est elle une valeur maximale de f sur  $\mathbb{R}$
- 1         3. Montrer que f est minorée par  $(-\frac{2}{3})$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice2 ( 12 points )**

On considère les fonctions suivantes :  $f(x) = \sqrt{x+1}$  et  $g(x) = \frac{-x+1}{x+1}$

- 1,5      1. a-Déterminer le domaine de définition de la fonction g.  
            b-Quelle est la nature de la courbe de la fonction g.  
            c-Dresser le tableau de variations de la fonction g.
- 1         2. a-Déterminer le domaine de définition de la fonction f  
            b-Dresser le tableau de variations de la fonction f.
- 2,5      3. a-Vérifier que  $f(0) = g(0)$   
            b-Construire les courbes des deux fonctions f et g dans le même repère orthonormé.
- 3         4. a-Résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) \leq 0$   
            b- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$   
            c-Déterminer graphiquement  $g(]-\infty; -1[)$  ;  $g(]-1; 0])$  et  $f([0; +\infty[)$ .
- 1         5. On considère la fonction h définie par  $h = g \circ f$   
            a-Montrer que le domaine de définition de la fonction h est :  $D_h = [-1; +\infty[$   
            b-Exprimer h(x) en fonction de x ;  $\forall x \in D_h$   
            c-Etudier les variations de h sur  $D_h$
- 1         d- Calculer  $g \circ f(-1)$
- 0,5      e-Déduire que  $(\forall x \in [-1; +\infty[) h(x) \leq 1$

**Exercice3 ( 4 points )**

On considère la fonction numérique f définie par :  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

- 1         1. Montrer que le domaine de définition de la fonction f est  $D_f = \mathbb{R}$
- 1,5      2. Montrer que  $\forall (x; y) \in \mathbb{R}$  tel que  $x \neq y$   
            
$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{-(x+y)}{(1+x^2)(1+y^2)}$$
- 1,5      3. Etudier la monotonie de la fonction f sur les intervalles  $]-\infty; 0]$  et  $[0; +\infty[$