

**التمرين الأول :**

حدد نفي كل من العبارات التالية

(1) " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0$  أو  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ "

(2) " $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left| x \right| \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0)$ "

(3) " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1$ "

**التمرين الثاني :**

باستعمال برهان بالمضاد للعكس بين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ و } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x) \quad (1)$$

(2) بين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ و } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$$

**التمرين الثالث :**

(1) بين بالترجع أن :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$$

(i) بين أن  $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$

(ب) بين بالترجع أن  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$

**التمرين الأول :**

حدد نفي كل من العبارات التالية

(1) " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0$  أو  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ "

(2) " $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left| x \right| \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0)$ "

(3) " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1$ "

**التمرين الثاني :**

باستعمال برهان بالمضاد للعكس بين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ و } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x) \quad (1)$$

(2) بين أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ و } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$$

**التمرين الثالث :**

(1) بين بالترجع أن :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$$

(i) بين أن  $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$

(ب) بين بالترجع أن  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$