

التمرين الأول

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \frac{x+1}{2x+1}$

الجزء الأول:

(1) أعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g

(2) أ) بين ان : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x+1)^2(2x-1) = 0$ $\left(x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \right)$

ب) استنتج نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)

(3) أرسم في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المنحنيين (C_f) و (C_g)

(4) لتكن h دالة عددية معرفة بما يلي $h(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 + 2x + 1}$

حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h ثم أدرس رتبة الدالة h على المجال $\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right]$

الجزء الثاني:

لتكن F دالة معرفة على \mathbb{R} و بحيث :

$$F \text{ فردية و } \begin{cases} F(x) = g(x) & ; x \leq -1 \\ F(x) = f(x) & ; -1 < x \leq 0 \end{cases}$$

(1) أحسب $F(3)$ و $F\left(-\frac{1}{2}\right)$

(2) أنجز جدول تغيرات الدالة F على \mathbb{R}

(3) أرسم منحنى الدالة F في معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

(4) حدد تعبير $F(x)$ من أجل x تنتمي إلى المجال $[1, +\infty[$

(5) حدد مبيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة $F(x) = m$

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة G المعرفة بما يلي :

$$G \text{ دالة دورية دورها } T = 1 \text{ و بحيث } \begin{cases} G(x) = f(x) & ; 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ G(x) = g(x) & ; \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

(1) أحسب $G\left(\frac{2017}{4}\right)$ و $G\left(-\frac{1209}{3}\right)$

(2) أرسم جزء المنحنى للدالة G على المجال $[-1, 2[$

(3) حدد $G(x)$ من أجل x تنتمي للمجال $\left[2, \frac{5}{2}\right]$

التمرين الثاني

ليكن a, b, c أعداد حقيقية موجبة قطعاً,

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x^3 + a^3 + b^3 - 3abx$$

(1) أ) بين ان معدل تغيرات الدالة f يكتب : $T = x^2 + xy + y^2 - 3ab$

ب) أدرس رتبة الدالة f على كل من $[0, \sqrt{ab}]$ و $[\sqrt{ab}, +\infty[$

(2) أ) تحقق ان $f(\sqrt{ab}) = (a\sqrt{a} - b\sqrt{b})^2$

ب) استنتج أن $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$