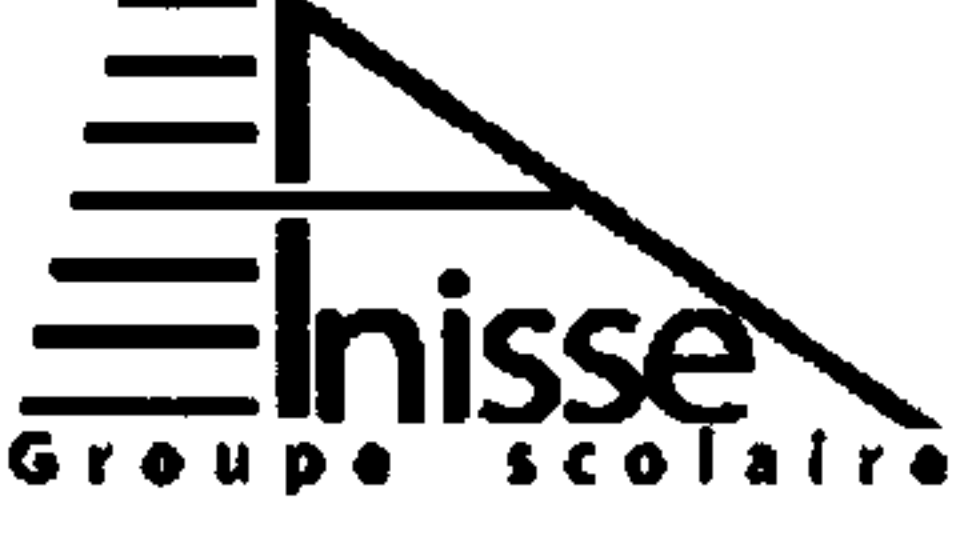


أولى علوم رياضية	فرض محروس 2	
الدورة 1	2012/12/11	ثانوية أنيس الخاصة

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

<p><b>التمرين 1 (3 نقط)</b></p> <p>بين أن التطبيق :  <math>f: \begin{cases} [\sqrt{2}; +\infty[ \rightarrow ]0; \frac{1}{2}[ \\ x \rightarrow \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2} \end{cases}</math></p> <p>تقابل و عرف <math>f^{-1}</math>.</p>	<p>3</p>
<p><b>التمرين 2 (4 نقط)</b></p> <p>لتكن <math>E</math> مجموعة غير فارغة . <math>A</math> و <math>B</math> جزئين من <math>E</math> بحيث:  <math>A \cup B = E</math> و <math>A \cap B = \emptyset</math></p> <p>نعتبر التطبيق <math>\varphi</math> المعرفة بما يلي :  <math>\varphi: P(E) \rightarrow P(A) \times P(B)</math>  <math>X \rightarrow (X \cap A; X \cap B)</math></p> <p>1- بين أن <math>\varphi</math> تبايني .  2- بين أن <math>\varphi</math> شمولي .  3- استنتج أن <math>\varphi</math> تقابل و عرف تقابله العكسي <math>\varphi^{-1}</math>.</p>	<p>2 1 1</p>
<p><b>التمرين 3 (3 نقط)</b></p> <p>حدد جميع التطبيقات <math>f</math> من <math>\mathbb{R}</math> الى <math>\mathbb{R}</math> التي تحقق :  <math>\forall x \in \mathbb{R}: f(x+1) + 2f(1-x) = 3x - 2</math></p>	<p>3</p>
<p><b>التمرين 4 (6 نقط)</b></p> <p>نعتبر المتتالية <math>(u_n)</math> المعرفة بما يلي <math>u_0 = 0</math> و <math>u_{n+1} = \frac{1+u_n}{\sqrt{2+2u_n^2}}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math></p> <p>(1) بين أن :  <math>(\forall n \in \mathbb{N}): 1 - u_{n+1} = \frac{(u_n - 1)^2}{\sqrt{2+2u_n^2} (1+u_n + \sqrt{2+2u_n^2})}</math></p> <p>(2) بين أن :  <math>(\forall n \in \mathbb{N}): 0 \leq u_n &lt; 1</math></p> <p>(3) بين أن :  <math>(\forall n \in \mathbb{N}): \frac{ 1-u_n }{\sqrt{1+u_n^2}} \leq 1</math> واستنتج أن <math> u_{n+1} - 1  \leq \frac{1}{\sqrt{2}}  u_n - 1 </math></p> <p>(4) أثبت أن :  <math>(\forall n \in \mathbb{N}):  u_n - 1  \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n</math></p>	<p>1.5 1 2 1.5</p>

## التمرين 5 (4 نقط)

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{1+u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1) أدرس تغيرات الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  .

2) نضع :  $\alpha_n = u_{2n}$  و  $\beta_n = u_{2n+1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية  $(\alpha_n)$  تزايدية و أن المتتالية  $(\beta_n)$  تناقصية. ( يمكنك استعمال  $f \circ f$  )

ب- بين أن :  $\alpha_n \leq \beta_n$  :  $(\forall n \in \mathbb{N})$