| أولى علوم رياضية | مراقبة مستمرة 3<br>الرياضيات | Anisse Groupe scolaire<br>2015-2014 |
|---|---|---|
| الدورة 1 | 2014/12/26 | ثانوية أنيس الخاصة |

## التمرين 1 (6 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n+3}{U_n+2} \quad ; n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن : $0<U_n<3$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ . — 1

2. أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ . — 1

3. نضع : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad V_n = \dfrac{U_n+1}{3-U_n}$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد عناصرها. — 1.5

ب- حدد صيغة $V_n$ ثم استنتج صيغة $U_n$ بدلالة $n$ . — 1.5

ج- أحسب المجموع : $S_n = V_0+V_1+V_2+.........+V_{n-1}$ . — 1

## التمرين 2 (3.5 نقط)

$ABC$ مثلث .

لتكن $G$ مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;-2)$ و $(C;-3)$ .

1- أنشئ النقطة $G$. — 0.5

2- أ- أنشئ النقطة $J$ المعرفة بالعلاقة: $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ — 0.25

ب- بين أن $J$ مرجح النقطتين المتزنتين $(B;2)$ و $(C;3)$. — 0.75

3. لتكن $K$ النقطة بحيث $B$ منتصف القطعة $[AK]$.

أ- بين أن $K$ مرجح النقطتين المتزنتين $(A;1)$ و $(B;-2)$ — 0.5

ب- بين أن: $\overrightarrow{KG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{KC}$ — 1

4. بين أن المستقيمين $(AJ)$ و $(KC)$ متقاطعان في نقطة يتم تحديدها. — 0.5

## التمرين 3 ( 3 نقط )

نعتبر المتتاليات العددية $(x_n)_{n\geq1}$ و $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفة بما يلي :

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2} \quad \text{و} \quad u_n = x_{2n} \quad \text{و} \quad v_n = x_{2n+1}$$

1. بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ تزايدية . 1
2. بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ تناقصية . 1
3. بين أن : $v_n > u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*:$ . 0.5

4- استنتج أن $(u_n)_{n\geq1}$ مكبورة $(v_n)_{n\geq1}$ مصغورة . 0.5

## التمرين 4 ( 3.5 نقط )

لتكن $(a_n)$ متتالية حسابية و تزايدية معرفة بما يلي : $\begin{cases} a_0 + a_1 + a_2 = 9 \\ a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 = 35 \end{cases}$

1-حدد الأساس $r$ و الحد الأول $a_0$ . 1.5

2- نضع : $b_n = 2^{a_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}:$

أ- بين أن $(b_n)$متتالية هندسية أساسها 4 وحدها الأول $b_0 = 2$ . 1

ب- أحسب الجداء: $T_n = b_0 \times b_1 \times b_2 \times ........ \times b_n$ . 1

## التمرين 5 ( 4 نقط )

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \quad ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{u_{n+1}} + \dfrac{1}{u_n}\right) \quad ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1- بين بالترجع أن: $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{-1+4u_n}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$. 1

2- اتبث أنه لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ . 1

3. حدد رتابة المتتالية $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\alpha_n = u_{2n}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ . 1

4. بين أن المتتالية $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\beta_n = u_{2n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}:$ تناقصية. 1

**ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال**

**Bonne Année 2015** — **bon courage**