Inisse Groupe scolaire 2015-2016	**مراقبة مستمرة 4** **الرياضيات**	**أولى علوم رياضية 1**
ثانوية أنيس الخاصة	**2016/01/09**	**الدورة 1**

التمرين 1 (8 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \dfrac{2U_n + 2}{U_n + 3} \end{cases} \quad ;n \in \mathbb{N}$$

1. بين أن : $U_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$. (1)

2. بين أن: $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(1-U_n)(U_n+2)}{U_n+3}$ واستنتج رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$. (1.5)

3. نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2}$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد عناصرها. (1.5)

ب- حدد صيغة V_n ثم استنتج صيغة U_n بدلالة n . (1.5)

ج- أحسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots\ldots + V_{n-1}$ (1)

د- استنتج المجموع : $T_n = \dfrac{3}{U_0+2} + \dfrac{3}{U_1+2} + \dfrac{3}{U_2+2} + \ldots\ldots + \dfrac{3}{U_{n-1}+2}$ (1.5)

التمرين 2 (2 نقط)

ليكن ABC مثلث .

نعتبر النقط I و J و K بحيث: $\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{JC} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{JA}$ و I منتصف القطعة $[AB]$. (2)

بين أن المستقيمات (AK) و (BJ) و (CI) متلاقية في نقطة يتم تحديدها .

التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر المتتاليتين العدديتن (a_n) و (b_n) المعرفتين بما يلي :

$$a_n = \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{2k+1} \quad \text{و} \quad b_n = \sum_{k=0}^{2n} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

1. بين أن المتتالية (a_n) تزايدية . (1)

2. بين أن المتتالية (b_n) تناقصية . (1)

3. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}: \quad b_n > a_n$. (0.5)

4- استنتج أن (a_n) مكبورة وأن (b_n) مصفورة . (0.5)

التمرين 4 (3 نقط)

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط $A(1,2\sqrt{3})$ و $B(0,\sqrt{3})$ و $C(1,0)$

1- أحسب $\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ و $\sin(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$. — 2

2- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$. — 0.5

3- حدد مساحة المثلث ABC . — 0.5

التمرين 5 (3 نقط)

نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقطتين $A(1,2)$ و $B(3,4)$ و I منتصف القطعة $[AB]$.

1- بين أن مهما تكن النقطة M من المستوى: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-\frac{1}{4}AB^2$ — 0.5

2- لتكن (C) مجموعة النقط M التي تحقق: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=3$

أ- بين أن (C) دائرة معادلتها الديكارتية: $x^2+y^2-4x-6y+8=0$ — 0.75

ب- حدد مركز و شعاع الدائرة (C) — 0.75

3- نعتبر المستقيم (D) ذو المعادلة: $x-y-2=0$.

أ- أحسب مسافة النقطة I عن المستقيم (D) — 0.25

ب- استنتج أن المستقيم (D) يقطع الدائرة (C) في نقطتين ثم حدد زوج احداثيتيهما. — 0.75

التمرين 6 (1 نقط)

لتكن (U_n) متتالية هندسية حدودها غير منعدمة أساسها q .

نضع : $S=\sum_{k=0}^{n-1}U_k$ و $P=U_0\times U_1\times U_2\times .....\times U_{n-1}$

و $T=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}+.....+\frac{1}{U_{n-1}}$

1- أتبث أن : $\frac{S}{T}=U_0^2q^{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$. — 0.5

2- برهن أن : $P^2=\left(\frac{S}{T}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$. — 0.5

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

bon courage