

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 3 - \frac{2}{U_n} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n)_n \text{ المعرفة بما يلي :}$$

(1) أحسب U_1 و بين أن $1 < U_n < 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

(3) نضع $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - 2}$ لكل عدد طبيعي n . بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددًا أساسها

(4) أحسب V_n ثم U_n بدلالة n

التمرين الثاني

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} & ; x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x}{4} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x-1}} & ; x > 0 \end{cases} \quad \text{لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي :}$$

(1) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

(2) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

ب) أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ أول النتيجة هندسيا

(3) أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار النقطة 0 محددًا العدد المشتق $f'_g(0)$

ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2} & ; x < 0 \\ f'(x) = \frac{(x+1)(\sqrt{x-2})}{4\sqrt{x}(\sqrt{x-1})^2} & ; x \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\} \end{cases} \quad \text{أ) بين أن}$$

ب) أدرس تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

(5) أ) بين أن $f''(x) = \frac{2x(x^2 - 12)}{(x^2 + 4)^3}$ ($\forall x < 0$) و أدرس تقعر المنحنى (C) على المجال $]-\infty, 0[$

(6) أدرس المنحنى (C) (قبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف في المجال $]0, 1[$)

سؤال إضافي :

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_0 = 1$. $(n+1)^3 U_{n+1} - n^3 U_n = \frac{1}{2^{n+1}}$

احسب الحد العام U_n بدلالة n