

فرض محروس 3

التمرين الأول : (3 نقط)

نعتبر صندوق U_1 يحتوي على أربع كرات حمراء وتحمل الأرقام 1,1,2,2 و على ثلاث كرات خضراء ومرقمة 1,1,2 و صندوق U_2 يحتوي على أربع كرات حمراء مرقمة 1,1,0,0 و ست كرات خضراء تحمل الأرقام 1,1,0,0,0,0 .
نعتبر التجربة التالية : نسحب كرة واحدة من U_1 إذا كانت حمراء نسحب كرتين في آن واحد من U_2 و أما إذا كانت خضراء فإننا نسحب كرتين بالتتابع و دون إحلال من U_2 . عدد ما هو عدد نتائج :

- (1) هذا السحب (0.5 ن)
- (2) سحب ثلاث كرات من نفس اللون (0.75 ن)
- (3) سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها يساوي 3 (0.75 ن)
- (4) سحب ثلاث كرات من نفس اللون أو مجموع أرقامها يساوي 3 (1 ن)

التمرين الثاني : (4 نقط و نصف)

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة $(E) \quad 8X + 3Y = 1$ و نعتبر في \mathbb{N} النظمة $(S) \quad \begin{cases} x \equiv 5 \pmod{8} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

(1) ليكن (a, b) حلا للمعادلة (E) بين أن العدد $p = 2 \times 8a + 5 \times 3b$ حل للنظمة (S) (1ن)

(2) ليكن n_0 حلا للنظمة (S)

أ- بين أنه إذا كان $[24] x \equiv n_0$ فإن العدد x حل للنظمة (S) (0.5 ن)

ب- حل في $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ المعادلة $\bar{8} \times \bar{x} = \bar{0}$ (0.5 ن)

ج- استنتج أنه إذا كان n حل للنظمة (S) فإن $[24] n \equiv n_0$ (1ن)

(3) تحقق أن $(-5, 2)$ حل للمعادلة (E) ثم حدد مجموعة حلولها (0.75 ن)

(4) استنتج مجموعة حلول النظمة (S) (0.75 ن)

التمرين الثالث : (7 نقط)

الجزء الأول : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $D = [-2, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 3 + 4\sqrt{x+2}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (0.5 ن)

(2) أحسب المشتقة $g'(x)$ و أنجز جدول تغييرات الدالة g (1ن)

(3) أحسب $g(-1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ (0.75 ن)

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x+2}+2}$

(1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (1ن)

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ (0.75 ن)

(2) بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} \frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = -\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة (1ن)

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+2}(\sqrt{x+2}+2)^2}$ لكل x من D_f و $x \neq -2$ (0.5 ن)

ب- استنتج أن تزايدية على $[-1, +\infty[$ و تناقصية على $[-2, -1]$ ثم ضع جدول تغييرات الدالة f (0.5 ن)

(4) أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (1ن)