

**Exercice (1)**

Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x E(3x)}{x^2 + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 7} - 2}{\sqrt{3x + 7} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + x} - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3 \sin x}{2x - \cos x}$$

Exercice (2)

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x \sqrt{\left(E\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 - E\left(\frac{1}{x}\right)} & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1) a) montrer que $\left(\forall x \in \left]0, \frac{1}{2}\right[\right) \sqrt{(1-x)(1-2x)} \leq f(x) \leq \sqrt{1-x}$

b) déduire que f est continue à droite de $a = 0$

2) f est-elle continue au point $a = 0$

Exercice (3)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x^3}{1+x^3}}$

1) montrer que $D_f =]-1, 1]$ et calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$

2) montrer que f réalise une bijection de $] -1, 1]$ vers un intervalle J que l'on précisera

3) déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout élément x de l'intervalle J

Exercice (4)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{x^2}$

1) montrer que $\left(\forall x \in [-1, 1] - \{0\}\right) f(x) = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{x+1}} - \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} \right)$

2) déduire que f admet un prolongement par en $a = 0$ et le définir