Inisse
Groupe scolaire
2016-2017

Matière: Mathèmatiques
Evaluation 3
1 Session

Le 05/01/2017
2 Bac - SM-
Durée: 2h00

Exercice 1 $\quad g(0)=1$ et $g(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x}$ si $x>0$

I)
1 - Mq $\forall x\in\mathbb{R}$ $\quad e^x \geq x+1$

2 - Determiner le tableau de variation de g

3 - On pose $h(x)=1-x+\dfrac{x^2}{2}-e^{-x}$, $\forall x\in\mathbb{R}^+$

a - Mq $\forall x\in\mathbb{R}^+$, $0\leq h''(x)\leq x$

b - En deduire que $0\leq h(x)\leq \dfrac{x^3}{6}$

c - " " la derivabilité de g en 0 à droite

II) on considère la fonction: $f(x)=\dfrac{e^{-x}-e^{-2x}}{x}$ si $x>0$ et $f(0)=1$

1 - Mq f est continue en 0 à droite.

2 - a) Verifier que $\forall x\in\mathbb{R}^+$, $f(x)=2g(2x)-g(x)$.

b) Etudier la derivabilité de f en 0 à droite.

3 - a) Mq $\forall x>0$, $f'(x)=\dfrac{e^{-2x}}{x^2}\left(2x+1-(x+1)e^x\right)$

b) Determiner le Tableau de variation de f

4 - Construire $\mathcal{C}_f$.

Exercice 2 $\quad f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$, $\begin{cases} F(x)=\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_{x^2}^{2x^2} f(t)\,dt, & x\neq 0 \\ F(0)=0 \end{cases}$

1 - a - Mq f et F sont impaires.

b - Donner le T.V de f.

c - Determiner l'equation de la tangente de $\mathcal{C}_f$ en 0 et representer $\mathcal{C}_f$

d) - Verifier que $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$
et Calculer l'aire de la partie du plan limitée par $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites $x=0$ et $x=\ln 2$
(on prend $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\text{cm}$)

2 - a - Mq $\quad x f(x^2)\leq F(x)\leq x f(2x^2)$, $\forall x>0$

b - En deduire que F est continue et derivable en 0 à droite

c - Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(F(x)-x)$ et interpreter geometrique le dernier resultat.