DEVOIR 2

1ère bac SM

Exercice (1)

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - x$ et $g(x) = \dfrac{2x-2}{x+1}$

Partie (1)

1.5 pt — 1) a) dresser le tableau de variation de f et g

1.5 pts — b) qu'elle est la nature de chacune des courbes (C_f) et (C'_g) et leurs éléments caractéristiques

1 pt — 2) a) prouver que $(\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\})$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2 = 0$

1 pt — b) déduire les points d'intersections des courbes (C_f) et (C'_g)

0.5 pt — 3) a) déterminer les points d'intersections de la courbe (C_f) et l'axe des abscisses

2 pts — b) tracer dans un même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les deux courbes (C_f) et (C'_g)

1 pt — 4) résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 - x - 1 \geq \dfrac{x-3}{x+1}$

Partie (2)

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que : $\begin{cases} F \text{ est paire} \\ F(x) = g(x) & ; \quad x \leq -2 \\ F(x) = f(x) & ; \ -2 < x \leq 0 \end{cases}$

2 pts — 1) calculer $F(5)$ et $F\left(\dfrac{3}{2}\right)$

1.5 pts — 2) donner le tableau de variation de F sur $\mathbb{R}$

1 pt — 3) donner une expression de $F(x)$ pour tout x de l'intervalle $[0,2[$

1.5 pts — 4) tracer dans un autre repère $(O', \vec{i}, \vec{j})$ la courbe de la fonction F

Exercice (2)

1) soit f un fonction périodique de période T

0.75 pt — a) montrer par récurrence que $(\forall k \in \mathbb{N})$ $f(x+kT) = f(x)$

0.75 pt — b) en déduire que $(\forall k \in \mathbb{Z})$ $f(x+kT) = f(x)$

2) soient c un réel et f une fonction périodique de période T telle que :

$$(\forall x \in [0,T[) \quad f(x) = c$$

0.5 pt — a) soit x un réel et on pose $k = E\left(\dfrac{x}{T}\right)$. encadrer $x - kT$

0.5 pt — b) en déduire que $f(x) = c$

3) soit n un entier non nul .

on considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = E\left(\dfrac{E(nx)}{n}\right) - E(x)$

1 pt — a) montrer que $T = 1$ est une période de F

2 pts — b) donner l'expression de $F(x)$ pour tout x de $[0,1[$ puis conclure