Contrôle : n°2
matière : maths

durée :2h

exercice1 :

On considère la suite suivante : $u_0 = \frac{1}{2}; u_{n+1} = \frac{u^2_n}{-u^2_n + 2}; n \in N$

1. Montrer que $0 \leq u_n \leq 1; \forall n \in N$
2. Montrer que $(u_n) estconvergente$
3. Calculer la limite de u_n

Exercice2 :

on considère les suites suivantes :

$$u_0 = \frac{1}{4}; u_{n+1} = \frac{2}{1+u^2_n}; v_n = u_{2n}; \mathrm{w}_n = u_{2n+1}$$

1. Montrer que $\frac{2}{3} \leq u_n \leq \frac{32}{17}; \forall n \in N$
2. Montrer que $(v_n)_n$ et $(w_n)_n$ sont monotones ;en déduire quelles sont convergentes
3. Montrer que $|u_{n+1} - u_n| \leq K|u_n - u_{n-1}|; \forall n \in N^* avecK \in]0;1[$ 1pts HB
4. Montrer que les suites $(w_n);(v_n)$ sont adjacentes
5. Calculer la limite de $v_n et w_n$

exercice 3

soit fn(x)= $x^n - (1-x); x \in [0;1]; n \in N^*$

1. Montrer que l'équation fn(x)= $0; \forall n \in N^*$ admet une seule solution $\alpha_n ds]0.1[$
2. Montrer que la suite (α_n) est convergente
3. Montrer que $\lim \alpha^n_n = 0$
4. Calculer la limite de α_n

Exercice4 :

1. $f(x) = \sqrt[3]{x - \arctan(x)}; x \in [0;+\infty[$; dresser le tableau de variation de f
2. On considère $u_0 = 1; u_{n+1} = f(\mathrm{u}_n)$
   (a) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1; \forall n \in N$
   (b) Etudier la monotonie de (Un) et en déduire quelle est convergente
   (c) Montrer que $|u_{n+1} \leq \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \mathrm{u}_n; \forall n \in N$; En déduire $\lim \mathrm{u}_n$