Groupe scolaire Inisse 2017-2018

Matière: Mathèmatiques — Le 8/3/2018
Contrôle N° 1 — 2 Bac -SM-
Semestre 2 — Durée: 2h00

Exercice 1 :

$\forall m \in \mathbb{C}^*$, $E_m : z^2 - (2m+1+i)z + m(m+1+i) = 0$

1- Vérifier que $z_1 = m$ est une solution de (E_m) et déterminer z_2

2- Mq $|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow Im(m) + Re(m) = -1$

3- Soient $A(m)$, $B(m+1+i)$, $C(m-2+2i)$

et $f : P \longrightarrow P$
$M(z) \longmapsto M'(z')$ / $z' = 2iz + m - 2im$

a - Déterminer la nature de f et ses éléments caractéristiques.

b - Mq $f(B) = C$ et en déduire la nature de ABC

4 - Soit $D\left(m + \frac{2}{5}(1+3i)\right)$

a - Mq B, C et D sont alignées et que $(AD) \perp (BC)$

b - En déduire $|z_D - z_A||z_C - z_B| = |z_B - z_A| \times |z_C - z_A|$

Exercice 2

On considère dans $\mathbb{Z}$: $29x + 13y = 1$. (E)

1 - Mq (E) admet au moins une solution ds $\mathbb{Z}^2$

2 - Résoudre (E).

3 - Soit $n \in \mathbb{N}$ / $10^n \equiv 3\ [29]$

a - Mq $10^{28} \equiv 1\ [29]$

b - Mq $10^{n+1} \equiv 1\ [29]$

c - On pose $d = (n+1) \wedge 28$

Mq $10^d \equiv 1\ [29]$ et que $d = 28$

Exercice 3 :

$g(x) = \dfrac{2x}{x + \ln(x+1)}$, si $x > 0$; et $g(0) = 1$

1 - Mq g est continue en 0 à droite.

2 - Mq $\ln(1+x) > \dfrac{x}{x+1}$, $\forall x > 0$

3 - Calculer $\lim\limits_{+\infty} g(x)$ et dresser le TV de g.

4 - $\forall x > 0$ on pose $G(x) = \dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^{x^2} g(t)\,dt$ et $G(0) = 0$

a - Étudier la dérivabilité de G en 0 à droite et interpréter le résultat obtenu.

b - Mq G est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer $G'(x)$.

c - Déterminer les variations de G.

5 - On pose $U_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \dfrac{k}{k + n\ln(1+\frac{k}{n})}$, $n \in \mathbb{N}^*$

a - calculer $\lim U_n$ en fonction de G

b - On pose $\lim U_n = l$

Vérifier que $\frac{1}{2} \leq l < 1$.