

# Devoir Surveillé 1

Niveau : 2BacSP

Prof : Abdessamad Rouchad

## Exercice 1 :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$$

- 1) On pose :  $g(x) = x^3 + 3x + 8$ 
  - a) Étudier les variations de la fonction  $g$ . (2pts)
  - b) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $\mathbb{R}$  et que  $\alpha \in [-2; 0]$  (2pts)
  - c) Préciser le signe de  $g(x)$  selon les valeurs de  $x$  (2pts)
- 2) Étude de la fonction  $f$ 
  - a) Déterminer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$  (1pts)
  - b) Calculer  $f'(x)$  et montrer que :  $f'(x) = \frac{x(x^3+3x+8)}{(x^2+1)^2}$  (1pts)
  - c) A l'aide d'un tableau de signe donner le signe de  $f'(x)$  puis dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ . (3pts)
  - d) En écrivant  $f(x) = \frac{x(x^3-4)}{x^3+x}$ , montrer alors que  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  (2pts)
  - e) En déduire un encadrement de  $f(\alpha)$  (1pts)

## Exercice 2 :(6pts)

Soit la fonction  $g(x) = x - 2\sqrt{x}$  définie sur  $\mathbb{R}^+$ .

- 1) Montrer que  $g$  est strictement croissante sur  $[1, +\infty[$  puis déterminer  $J = g([1, +\infty[)$
- 2) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque de  $J$  vers  $[1, +\infty[$  et déterminer  $g^{-1}(x)$  pour  $x$  dans  $J$
- 3) Résoudre dans  $[1, +\infty[$  l'équation :

$$x^2 - 4x\sqrt{x} + 4x = 1$$