

Exercice n° 1.

(Les questions de l'exercice)  
sont indépendantes.

6pts (A) Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + x ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+x} - x ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+4x^2}{2x-x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{1+x^3} - 2x^2 ; \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$$

1/1pts (B) 1) Classer suivant l'ordre croissant les  
Nombres suivants :

$$\sqrt[6]{2} ; 2^{3/4} ; \sqrt{3}$$

1/1pts 2) Simplifie le nombre  $A = \frac{\sqrt[6]{64000000}}{\sqrt[3]{4} \times 2^{1/3} \times \sqrt{2}}$ 

(C) Résoudre les équations suivantes :

$$2pts \quad \sqrt[3]{1-x} = x-1 ; (1+2x)^5 - 32 = 0$$

3pts Exercice n° 2 | on considère la fonction numérique  
g définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, & x > 1 \\ g(x) = x + \sqrt{x^2 + 3}, & x \leq 1 \end{cases}$$

2pts 1) Montre que g est continue sur chacun des  
intervalles :  $] -\infty, 1[$  et  $] 1, +\infty[$ 1pt 2) Est-ce que g est continue sur  $\mathbb{R}$ .

## Exercice n° 3 (3 pts)

- 2 pts 1) Montrer que l'équation  $x^3 + 2x - 1 = 0$  admet une solution unique  $d$  dans  $\mathbb{R}$  et que  $0 < d < 1$ .
- 1 pt 2) Donner un encadrement de  $d$  d'amplitude  $0,15$ .

## Exercice n° 4 (3 pts)

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $[1, +\infty[$  par :

$$f: x \mapsto x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}$$

- 0,25 1) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- 0,15 2) Montrer que  $f$  est continue sur l'intervalle  $[1, +\infty[$ .
- 0,15 3) a) Montrer que :
- $$(\forall x > 1) f'(x) = \left( \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1} (\sqrt{x^2 - 1} + 1)} \right) (x^2 - 2)$$
- 0,15 b) déduire que  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[\sqrt{2}, +\infty[$  et strictement décroissante sur l'intervalle  $[1, \sqrt{2}]$ .
- 4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur l'intervalle  $[\sqrt{2}, +\infty[$ .
- 0,15 a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer.
- 0,25 b) Montrer que :  $(\forall x \in [\sqrt{2}, +\infty[) g(x) = (\sqrt{x^2 - 1} - 1)^2$
- 0,15 c) déduire  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x$  de  $J$ .