Inisse Groupe scolaire	EXAMEN N° 1 DE MATHEMATIQUES	2eme pc fr Durée : 2H Coefficient 7

EXERCICE 1 ($13pts$)

1pt 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $5x^2+2x-336=0$

1pt b) Déduire dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'ensembles des solutions de l'équation : $5\times 2^{2x}+2^{x+1}-336=0$

2pts 2) a) Résoudre l'équation différentielle : $y'=2y-4 \quad (E)$

1pt b) Déterminer la solution f de l'équation (E) qui vérifie $f(\ln 2)=6$

4 pts 3) Calculer les intégrales suivantes :

$$I=\int_0^1(2x+1)dx \ , \ J=\int_0^{\pi}\cos(2x)dx \ , \ K=\int_0^1 xe^{x^2}dx \ , \ L=\int_{e^2}^{e^3}\frac{dx}{x\ln(x)}$$

0,5 pt 4) a) Soit F la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$F(x)=\frac{x}{2}(\sin(\ln x)-\cos(\ln x))$$

Montrer que F est une primitive de la fonction $x\mapsto\sin(\ln x)$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$

0,5 pt b) Déduire que : $I=\int_1^{e^{\pi}}\sin(\ln x)dx=\frac{1+e^{\pi}}{2}$

2pts 5) a) En utilisant une intégration par partie, montrer que : $I=\int_1^{e^2}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx=4$

1pt b) Déduire la valeur moyenne de la fonction : $f:x\mapsto\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ sur le segment $[1,e^2]$

EXERCICE 2 ($7pts$)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f:x\mapsto(x^2-2x+1)e^{2x}$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm)$

1pt 1) a) Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ et interpréter géométriquement le résultat

1pt b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ et interpréter géométriquement Le résultat

1pt 2) a) Montrer que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f'(x) = 2x(x-1)e^{2x}$$

0,5 pt b) Donner le tableau de variation de f

1pt 3) Tracer la courbe (C) dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$

0,5 pt 4) a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f''(x) - 4f'(x) + 4f(x) = 2e^{2x}$

1pt b) Déduire que : $\int_0^1 f(x)dx = \frac{e^2 - 5}{4}$

1pt c) Calculer l'aire du domaine du plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations :

$x = 0$ et $x = 1$ et $y = 1$