

Devoir surveillé : mécanique de Newton et piles

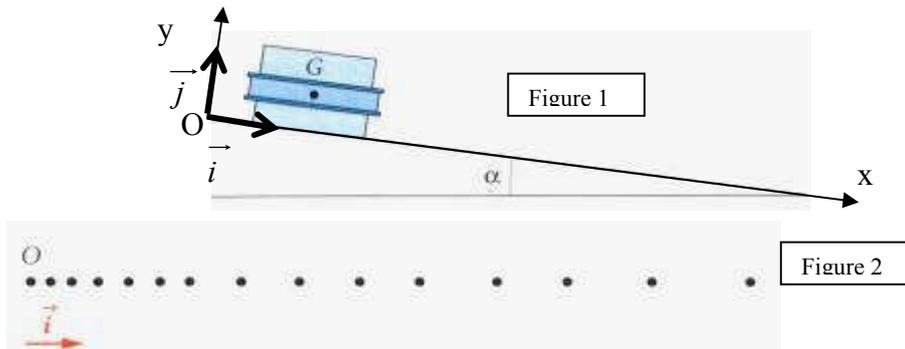
Durée : 1H

Exercice n°1φ : Un mobile autoporteur sur plan incliné : 8pts

On abandonne, sans vitesse initiale, un mobile autoporteur de centre d'inertie G, de masse m, sur une table inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Un dispositif d'étincelage permet d'enregistrer sur une feuille fixée sur la table les différentes positions occupées par le centre d'inertie G à des intervalles de temps réguliers et espacés de $\tau = 60\text{ms}$ (figure 1).

On obtient l'enregistrement de la figure 2 (aucune mesure n'est à faire à partir de cette reproduction réduite).

Le repère d'espace aura pour origine O, position occupé par G quand le mobile est abandonné, et pour vecteur unitaire de base \vec{i} porté par la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement



A partir d'un instant t quelconque du mouvement, on a relevé les valeurs prises par la vitesse du centre d'inertie G du mobile :

Date	t	t+ τ	t+2 τ	t+3 τ	t+4 τ	t+5 τ	t+6 τ	t+7 τ	t+8 τ	t+9 τ
V (m/s)	0,395	0,412	0,429	0,446	0,463	0,479	0,497	0,514	0,531	0,548

LA COURBE OBTENUE EST DONNEE EN ANNEXE

1. Déduire du graphe obtenu la valeur de l'accélération a_G puis donner toutes les caractéristiques du vecteur \vec{a}_G . **2pts**
2. A propos des forces s'exerçant sur le mobile :
 - 2.1. Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur le mobile en l'absence de tout frottement. **0.5pt**
 - 2.2. Montrer que les projections du poids sur les deux axes sont : $mg \sin \alpha$ sur l'axe Ox et $-mg \cos \alpha$ sur l'axe Oy. **1pt**
 - 2.3. En déduire la somme vectorielle des forces sur chaque axe. **1pt**
- 3.1. Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression littérale de l'accélération du mobile, si l'on admet qu'il n'existe aucun frottement entre le mobile et la table, est $a = g \sin \alpha$. **1pt**
- 3.2. Après avoir fait l'application numérique de cette accélération, comparer cette valeur à celle obtenue expérimentalement et constater l'existence de frottements entre la table et le mobile. **1pt**



4. On peut décomposer l'action de la table en deux composantes. On désigne par f (les frottements) la composante tangente à la trajectoire du centre d'inertie G du mobile et par R_N la composante normale. On appelle alors coefficient de frottement dynamique d'un solide sur un support, le nombre k défini comme suit :

$$k = \frac{f}{R_N}$$

En utilisant les résultats obtenus aux précédentes questions et la deuxième loi de Newton (projetée sur les deux axes) calculer la valeur de k , la comparer aux valeurs proposées ci-dessous et conclure :

- Acier sur acier : $k \approx 0,1$
 Téflon sur acier : $k \approx 0,04$
 Métal sur glace : $k \approx 0,02$ **1.5pts**

Données : $\sin(\alpha) = 3,41 \cdot 10^{-2}$ et $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

Exercice n°2γ : Constitution et étude d'une pile : 15pts

Données :

- Réaction entre le métal cuivre et l'ion argent (I) :
 Équation : $2 \text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cu}_{(\text{s})} = 2 \text{Ag}_{(\text{s})} + \text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$
 Constante d'équilibre associée : $K = 2,2 \cdot 10^{15}$
- Unités : $1 \text{ Faraday} = 96,5 \cdot 10^3 \text{ C.mol}^{-1}$
 $1 \text{ A.h} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ C}$
- Masse molaire du cuivre : $63,5 \text{ g.mol}^{-1}$
- Définition : La capacité, noté χ , d'une pile est la quantité maximale d'électricité qu'elle peut fournir avant d'être usée.

Expérience préalable :

On mélange dans un même bécher une solution de nitrate d'argent et une solution de nitrate de cuivre II. Les concentrations des ions argent et cuivre dans ce bécher sont les suivantes :

$$[\text{Ag}^+] = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \text{ et } [\text{Cu}^{2+}] = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

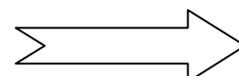
On ajoute dans ce bécher une lame de cuivre et un fil d'argent.

1. Appliquer le critère d'évolution spontanée à ce système chimique en considérant la réaction écrite dans les données. En déduire dans quel sens le système évolue. **1pt**

On dispose du matériel suivant :

- Un petit bécher contenant un volume $V_1 = 20 \text{ mL}$ de solution de nitrate d'argent de concentration $C_1 = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$.
 - Un petit bécher contenant un volume $V_2 = 20 \text{ mL}$ de solution de nitrate de cuivre de concentration $C_2 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.
 - Un fil de cuivre, de masse $m = 1,0 \text{ g}$ et un fil d'argent, bien décapés et équipés d'un dispositif de connexion électrique.
 - Un pont salin contenant une solution ionique saturée de nitrate de potassium.
2. Faire un schéma annoté de la pile qu'il est possible de constituer à partir du matériel disponible. **1pt**
3. Un ampèremètre en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100 \Omega$ est placé entre les bornes de la pile. Le conducteur ohmique est parcouru par un courant de très faible intensité dans le sens de l'argent vers le cuivre.

3.1. En déduire le sens de circulation des électrons dans le conducteur ohmique. Justifier très brièvement. **1pt**





3.2. Interpréter alors le fonctionnement de la pile en écrivant les deux demi-équations aux électrodes. *2pts*

3.3. Le sens de la réaction spontanée est-il en accord avec celui déterminé dans l'expérience préalable ? *1pt*

3.4. Quel(s) rôle(s) joue le pont salin ? Indiquer sur votre schéma le mouvement des porteurs de charge dans le pont. *2pts*

4. On laisse fonctionner le système pendant une durée suffisamment longue pour que la pile ne débite plus.

4.1. La réaction est-elle limitée ou totale ? Justifier. *1pt*

4.2. Construire le tableau descriptif de l'évolution du système (tableau d'avancement de la transformation). *1pt*

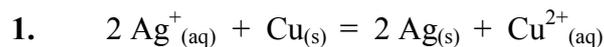
4.3. Quel est le réactif limitant ? Justifier. *1pt*

4.4. Quelle est la concentration en ion cuivre (II) en fin de réaction ? *1pt*

4.5. Déterminer la quantité d'électricité qui a traversé la résistance depuis l'instant où la pile a commencé à débiter jusqu'à l'instant où la pile s'arrête de fonctionner. *2pts*

4.6. En déduire la valeur de la capacité χ de cette pile exprimée en A.h. *1pt*

CORRECTION
CONSTITUTION ET ETUDE D'UNE PILE

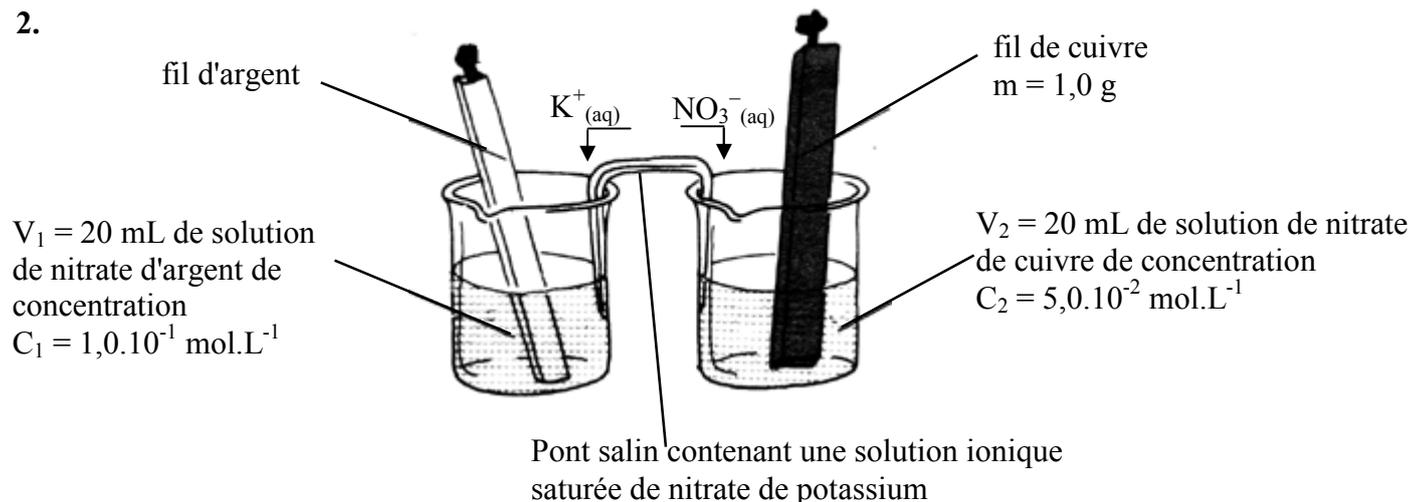


$$Q_r = \frac{[\text{Cu}^{2+}_{(aq)}]}{[\text{Ag}^+_{(aq)}]^2}$$

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Cu}^{2+}_{(aq)}]_i}{[\text{Ag}^+_{(aq)}]_i^2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{(5,0 \cdot 10^{-2})^2} = 10$$

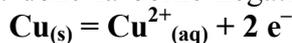
D'après le critère d'évolution : $Q_{r,i} < K$, le système évolue dans le **sens direct** de l'équation.

2.

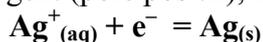


3.1 Le courant circulant de l'argent vers le cuivre, les électrons circulent en sens inverse soit **du cuivre vers l'argent** dans le conducteur ohmique.

3.2 L'électrode de cuivre est donc la borne négative soit l'anode, siège d'une oxydation qui fournit des électrons:



Au niveau de l'électrode d'argent (pôle positif), il se produit une réduction qui consomme des électrons :



3.3 L'équation de la réaction spontanée est donc : $2 \text{Ag}^+_{(aq)} + \text{Cu}_{(s)} = 2 \text{Ag}_{(s)} + \text{Cu}^{2+}_{(aq)}$
Le sens de la réaction spontanée est en accord avec celui déterminé dans la question 1.

3.4. Le pont salin permet:

- de fermer le circuit électrique, il assure le passage du courant entre les 2 solutions, sous forme d'un déplacement d'ions.

- de conserver la neutralité électrique des solutions en leur apportant des ions. D'un côté, il y a consommation d'ions Ag^+ , le pont salin apporte des ions K^+ pour compenser. Dans l'autre becher, il y a formation d'ions Cu^{2+} , le pont salin apporte des ions NO_3^- pour neutraliser. Voir schéma précédent.

4.1. La constante d'équilibre de la réaction est égale à $2,2 \cdot 10^{15}$, la réaction est donc considérée totale.

4.2. Cette transformation pouvant être considérée comme étant totale :

Équation chimique		$2 \text{Ag}^+_{(aq)} + \text{Cu}_{(s)} \rightarrow 2 \text{Ag}_{(s)} + \text{Cu}^{2+}_{(aq)}$			
État du système	Avancement	Quantité de matière en mol			
État initial	0	$n_1 = C_1 \cdot V_1$	$n(\text{Cu})_0 = \frac{m}{M}$	$n(\text{Ag})_0$	$n_2 = C_2 \cdot V_2$
En cours	x	$n_1 - 2x$	$n - x$	$n(\text{Ag})_0 + 2x$	$n_2 + x$
État final	x_{max}	$n_1 - 2x_{\text{max}}$	$n - x_{\text{max}}$	$n(\text{Ag})_0 + 2x_{\text{max}}$	$n_2 + x_{\text{max}}$



4.3. Si Ag^+ est le réactif limitant, il est totalement consommé soit $n_1 - 2x_{\max} = 0$

$$C_1 \cdot V_1 - 2x_{\max} = 0$$

$$x_{\max} = \frac{C_1 \cdot V_1}{2}$$

$$x_{\max} = \frac{1,0 \cdot 10^{-1} \times 20 \cdot 10^{-3}}{2} = \mathbf{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol}}$$

Si Cu est le réactif limitant, $n(\text{Cu})_0 - x_{\max} = 0$

$$x_{\max} = \frac{m}{M} = \frac{1,0}{63,5} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

Ag^+ conduit à la valeur de l'avancement maximal la plus faible, il s'agit donc du réactif limitant et $x_{\max} = \mathbf{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol}}$.

$$4.4. [\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}]_f = \frac{C_2 \cdot V_2 + x_{\max}}{V_2} = \frac{5,0 \cdot 10^{-2} \times 20 \cdot 10^{-3} + 1,0 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = \mathbf{1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}}$$

4.5. La pile cesse de fonctionner lorsque le système chimique atteint l'état d'équilibre. On a vu que pour cette réaction $x_{\text{éq}} = x_{\max}$.

$Q = n(e^-) \cdot F$

Méthode 1: Niveau microscopique: A chaque fois que la réaction $2 \text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cu}_{(\text{s})} = 2 \text{Ag}_{(\text{s})} + \text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ a lieu une fois, ce sont deux électrons qui sont transférés au circuit extérieur.
Niveau macroscopique: $n(e^-) = 2 \cdot x_{\max}$

Méthode 2: D'après la demi-équation de réduction $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + e^- = \text{Ag}_{(\text{s})}$, on a $n_{\text{Ag}^+_{\text{conso}}} = n(e^-)$.
D'après le tableau d'avancement:
 $n_{\text{Ag}^+_{\text{conso}}} = n_1 = 2x_{\max}$, alors $n(e^-) = 2x_{\max}$

Donc **$Q = 2 \cdot x_{\max} \cdot F$**

$$Q = 2 \times 1,0 \cdot 10^{-3} \times 96,5 \cdot 10^3$$

$$Q = 193 \text{ C} \quad \text{soit } \mathbf{Q = 1,9 \cdot 10^2 \text{ C}}$$

4.6. Il suffit de convertir Q en A.h.

$$1 \text{ A.h} = 3600 \text{ C}$$

$$\chi = \frac{Q}{3600}$$

$$\chi = \frac{193}{3600} = 53,6 \cdot 10^{-3} \text{ A.h}$$

$$\text{soit } \chi = \mathbf{54 \cdot 10^{-3} \text{ A.h}} \quad \text{ou } 54 \text{ mA.h}$$