



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية **2010**  
الموضوع

7	المعامل:	NS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

### معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

بالنسبة للتمرين الرابع ( السؤال الثالث ) ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

## الموضوع

## التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(-1,0,3)$  و  $B(3,0,0)$  و  $C(7,1,-3)$  والفلكة  $(S)$  التي معادلتها:  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ .

- 1 بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$  واستنتج أن  $3x + 4z - 9 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$ . 1  
2 بين أن  $(S)$  هي الفلكة التي مركزها  $\Omega(3,1,0)$  وشعاعها 5. 0.5  
3 ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(ABC)$ .

أ - بين أن:  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  هو تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$ . 0.5

- ب - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  يقطع الفلكة  $(S)$  في النقطتين  $E(6,1,4)$  و  $F(0,1,-4)$ . 1

## التمرين الثاني (3 ن)

1 حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة:  $z^2 - 6z + 10 = 0$ . 1  
2 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحاقها على التوالي هي:  $a = 3 - i$  و  $b = 3 + i$  و  $c = 7 - 3i$ .

- ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$ .  
أ - بين أن:  $z' = iz + 2 - 4i$ . 0.5  
ب - تحقق من أن لحق النقطة  $C'$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  هو  $c' = 5 + 3i$ . 0.25  
ج - بين أن:  $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$  ثم استنتج أن المثلث  $BCC'$  قائم الزاوية في  $B$  وأن  $BC = 2BC'$ . 1.25

## التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).  
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.  
1 نعتبر الحدثين التاليين: 1

- A: "الحصول على كرة حمراء واحدة فقط" و B: "الحصول على كرة بيضاء على الأقل".  
بين أن  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{41}{42}$ .

- 2 نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة.  
أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  هي 0 و 1 و 2 و 3. 0.25  
ب - بين أن  $P(X = 0) = \frac{1}{6}$  و  $P(X = 2) = \frac{3}{10}$ . 1  
ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ . 0.75

## التمرين الرابع (3 ن)

- 0.75 . 1) بين بالترجع أن :  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $IN$  .  
 0.75 . 2) تعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة بما يلي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$  لكل  $n$  من  $IN$  .  
 1 أ - بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  واستنتج أن  $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$  لكل  $n$  من  $IN$  .  
 0.75 ب - بين أن  $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$  ثم استنتج أن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  .  
 0.5 3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$  حيث  $(w_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $w_n = \ln(u_n)$  لكل  $n$  من  $IN$  .

## التمرين الخامس ( 8 ن )

- I) تعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$  .  
 0.5 1) بين أن :  $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$  لكل  $x$  من  $IR$  .  
 0.5 2) بين أن الدالة  $g$  تزايدية على المجال  $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$  وتناقصية على المجال  $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$  .  
 0.5 3) أ - بين أن  $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$  ثم تحقق من أن  $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$  .  
 0.25 ب - استنتج أن :  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $IR$  .  
 II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$  .  
 1 وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ ) .  
 1 1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  (نذكر أن :  $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$ ) .  
 0.75 2) بين أن :  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $IR$  ثم استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على  $IR$  .  
 0.75 3) أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  واستنتج أن  $(C)$  يقبل فرعاً شلجياً في اتجاه محور الأرتاب .  
 0.5 ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$  واستنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  .  
 0.5 ج - حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C)$  ثم بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت المستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$  و فوق المستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$  .  
 0.25 4) أ - بين أن  $y = x$  هي معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  .  
 0.25 ب - بين أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف أفصولها  $-\frac{1}{2}$  (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) .  
 0.75 5) أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .  
 1 6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx = 1$  .  
 0.5 ب - احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x=0$  و  $x=1$  .



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2010  
عناصر الإجابة



الصفحة
1
1

7	المعامل:	NR22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب (ة) أو المسلك:

التمرين الأول (3 ن)

- (1) 1 0.5 للجداء المتجهي و 0.5 لمعادلة المستوى
- (2) 0.5 لكتابة المعادلة المختصرة و 0.25 للشعاع والمركز أو (0.25 للكتابة  $\Omega M = 5$  و 0.25 للتوصل إلى معادلة الفلكة)
- (3) 1.5 أ - 0.5 للتمثيل البارامتري
- ب - 0.5 للتوصل إلى المعادلة  $t^2 = 1$  و 0.25 لكل نقطة من النقطتين أو (0.5 للتحقق من أن  $E$  تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة و 0.5 للتحقق من أن  $F$  تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة)

التمرين الثاني (3 ن)

- (1) 1 0.5 لكل حل من الحلين ( تمنح 0.25 في حالة حساب المميز دون التوصل إلى الحلين )
- (2) 2 أ - 0.5 ب - 0.25 ج - 0.75 للمساوية و 0.25 لكل استنتاج

التمرين الثالث (3 ن)

- (1) 1 0.5 لحساب  $P(A)$  و 0.5 لحساب  $P(B)$
- (2) 2 أ - 0.25 ب - 0.5 لحساب  $P(X=2)$  و 0.5 لحساب  $P(X=0)$
- ج - 0.25 لحساب  $P(X=1)$  و 0.5 لحساب  $P(X=3)$

التمرين الرابع (3 ن)

- (1) 0.75 0.75
- (2) 1.75 أ - 0.5 للمتتالية هندسية و 0.25 لحساب  $v_0$  و 0.25 ل  $v_n$
- ب - 0.5 لكتابة  $u_n$  بدلالة  $v_n$  و 0.25 للنهاية
- (3) 0.5 ( تمنح 0.25 فقط عند تحديد النهاية دون الإشارة إلى اتصال الدالة  $\ln$  )

التمرين الخامس (8 ن)

- (1 - I) 0.5 0.5
- (2) 0.5 لرتابة  $g$  على كل مجال من المجالين
- (3) 0.75 أ - 0.25 لحساب  $g\left(-\frac{1}{2}\right)$  و 0.25 للتحقق ب - 0.25
- (1 - II) 1 0.5 لكل نهاية
- (2) 0.75 0.5 للمساوية و 0.25 للاستنتاج
- (3) 1.75 أ - 0.5 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج ب - 0.25 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج
- ج - 0.25 لنقطة التقاطع و 0.25 للوضع النسبي
- (4) 0.5 أ - 0.25 لتحديد الأضلاع ب - 0.25
- (5) 0.75 0.75
- (6) 1.5 أ - 0.75 للتوصل إلى الدالة الأصلية و 0.25 للحساب
- ب - 0.25 لحساب التكامل  $\int_0^1 (f(x) - x) dx$  و 0.25 للمساحة تساوي  $8 cm^2$