



التمرين الأول: (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(-3,0,0)$

و $B(0,0,-3)$ و $C(0,2,-2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ و شعاعها هو 3

بين أن: $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ 1 1,25 ن

ثم استنتج أن معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) $2x - y + 2z + 6 = 0$ 1 0,75 ن

أحسب $d(\Omega, (ABC))$ و استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) 1 0,75 ن

ليكن (D) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC) 2 0,75 ن

بين أن: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (D) 2 0,50 ن

بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) هو $(-1,2,-1)$ 2 0,50 ن

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C التي 1 0,75 ن

الحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث: $a = (2 - i)$ و $b = (6 - 7i)$ و $c = (8 + 3i)$

بين أن: $\frac{c-a}{b-a} = i$ 1 0,75 ن

استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية في A 1 0,75 ن

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق M' صورة M بالدوران \mathcal{R} الذي مركزه النقطة 2

Ω منتصف $[BC]$ و زاويته $\frac{-\pi}{2}$

تحقق من أن لحق النقطة Ω هو $\omega = (7 - 2i)$ 2 0,50 ن

بين أن: $z' = -iz + 9 + 5i$ 2 0,75 ن

بين أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران \mathcal{R} 2 0,25 ن

التمرين الثالث: (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 4} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 3 \end{cases}$

بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 1$ 1 0,50 ن

نضع: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ 2

تحقق من أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 - v_n = \frac{2}{u_n + 1}$ و استنتج أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 - u_n > 0$ 2 0,50 ن

بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{1 + v_n}{1 - v_n}$ 2 0,50 ن

بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{7}$ و اكتب v_n بدلالة n . 3 أ 1,00 ن

بين أن : $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. 3 ب 0,50 ن

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء و أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء هو $\frac{1}{22}$. 1 1,00 ن

بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{3}{44}$. 2 1,00 ن

بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل هو $\frac{37}{44}$. 3 1,00 ن

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

و (\mathcal{C}) المنحنى الممثل لـ f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(-x) = -f(x)$ و استنتج أن O مركز تماثل المنحنى (\mathcal{C}) . 1 0,75 ن

تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ 2 0,50 ن

(يستحسن استعمال هذه الصيغة لـ $f(x)$ لمعالجة الأسئلة الموالية)

بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ و تحقق أن : $f'(0) = \frac{3}{2}$. 3 أ 1,25 ن

بين أن الدالة f تزايدية على \mathbb{R} . 3 ب 0,50 ن

بين أن $y = \frac{3}{2}x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (\mathcal{C}) في النقطة O . 3 ج 0,50 ن

بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 4 أ 0,50 ن

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + 1))$ و استنتج أن $y = x + 1$: (D) مقارب لـ (\mathcal{C}) بجوار $+\infty$ 4 ب 0,50 ن

بين أن المنحنى (\mathcal{C}) يوجد تحت المستقيم (D) . 4 ج 0,25 ن

أنشئ المستقيمين (D) و (T) و المنحنى (\mathcal{C}) (نذكر أن O مركز تماثل (\mathcal{C})). 5 1,50 ن

بين أن الدالة : $H : x \rightarrow x - \ln(e^x + 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \rightarrow \frac{1}{e^x + 1}$ على \mathbb{R} . 6 أ 0,75 ن

استنتج أن : $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln 4 - \ln 3$ 6 ب 0,50 ن

أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين (\mathcal{C}) و (D) و المستقيمين اللذين معادلتهما 6 ج 0,50 ن

على التوالي $x = 0$ و $x = \ln 2$.

