

**Exercice 1 : 5points**

Soit la suite  $U_n$  définie par :

$$U_0 = 3 \text{ et } U_{n+1} = \frac{-8}{u_n - 6} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

2) On suppose que :  $V_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 4} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a. Calculer  $V_0$  puis montrer que  $V_n$  est une suite géométrique et sa raison

$$q = \frac{1}{2}$$

b. Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$

c. Montrer que  $U_n = \frac{4v_n - 2}{v_n - 1}$

d. En déduire que  $U_n = \frac{4(\frac{1}{2})^{n-2}}{(\frac{1}{2})^{n-1}}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

e. Calculer la limite de  $u_n$  en  $+\infty$ .

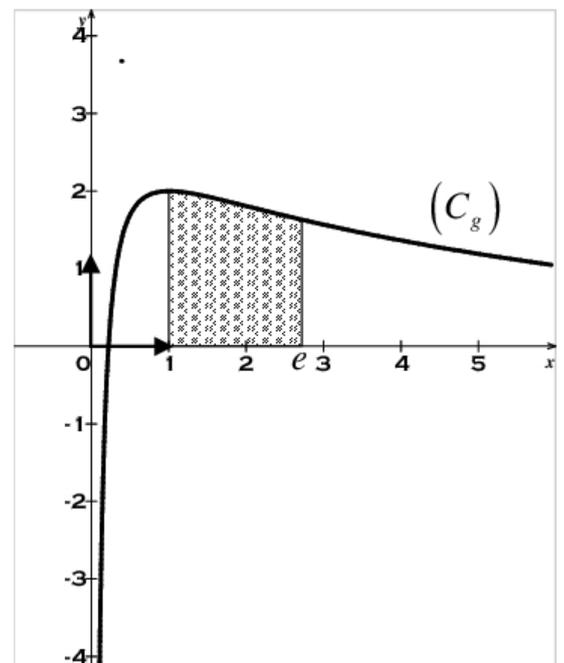
**Exercice 2 : (3points)**

1) Vérifier que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}^*$  :  $3 - \frac{1}{x} = \frac{3x-1}{x}$  puis calculer :  $\int_1^e \frac{3x-1}{x} dx$

2) Par une intégration par parties calculer :  $\int_1^e \ln x dx$

3) On considère la fonction :  $g(x) = \frac{3x-1}{x} - \ln x$

Calculer l'aire de la partie hachurée.



**Exercice 3 : (8points)**

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :

$$f(x) = (x \ln x)^2 + 3x^2 - 3$$

1) a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b- Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -3$

2) a- Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  puis montrer que

$$f'(x) = 2x \left( \left( \frac{1}{2} + \ln x \right)^2 + \frac{11}{4} \right)$$

b- En déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .

c- Donner le tableau de variation de  $f(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .

e- calculer  $f(1)$  et en déduire le signe de  $f(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .

**Exercice 4 : (4points)**

Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction

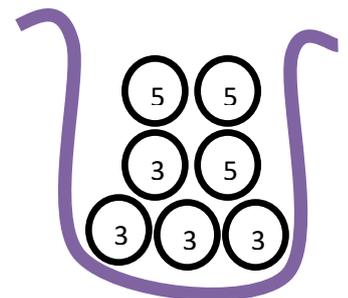
Un sac contient 7 boules indiscernables au toucher : trois boules numérotées par 5, deux boules numérotées par 4 et deux boules numérotées par 3.

On tire simultanément au hasard deux boules du sac

On considère les événements suivants :

A : «les deux boules tirées portent chacune un numéro impair»

B : «la somme des deux numéros sur les deux boules tirées est supérieur ou égal à 9»



1) a- Déterminer le nombre de tirages possibles.

b- Calculer  $p(A)$ .

2) Montrer que  $p(B) = \frac{3}{7}$ .

3) sachant que l'événement B est vérifiée calculer la probabilité de tirer deux boules portant chacune un numéro impair.

4) est-ce que les événements A et B sont indépendants ? (justifier votre Réponse)