

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

RS22F



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- Nombre de pages : 4 (La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen) ;
- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;
- Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul de probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

- Concernant le problème, \ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{16} u_n + \frac{15}{16} \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

- 0.5 1)a) Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout entier naturel n
- 0.5 b) Vérifier que $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ pour tout entier naturel n puis montrer que la suite (u_n) est décroissante.
- 0.25 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 2) Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 1$ pour tout entier naturel n
- 1 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ puis écrire v_n en fonction de n
- 0.75 b) Montrer que $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour tout entier naturel n , puis déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(1, 3, 4) \quad \text{et} \quad B(0, 1, 2)$$

- 0.5 1) a) Montrer que $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$
- 0.5 b) Montrer que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB)
- 0.5 2) Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$
Montrer que (S) a pour centre le point $\Omega(3, -3, 3)$ et pour rayon 5
- 0.75 3) a) Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S)
- 0.75 b) Déterminer les coordonnées du point de contact H du plan (OAB) et de la sphère (S)

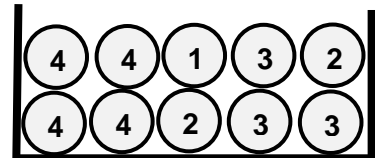
Exercice 3 (3 points)

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives a, b, c et ω telles que $a = 4 + 5i$, $b = 3 + 4i$, $c = 6 + 7i$ et $\omega = 4 + 7i$
- 0.75 a) Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés
- 0.75 b) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' , image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$
- Montrer que $z' = -iz - 3 + 11i$
- 0.75 c) Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

Exercice 4 (3 points)

Une urne contient 10 boules portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4
(Les boules sont indiscernables au toucher)

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard , successivement et sans remise , deux boules de l'urne .



- 1) Soit A l'évènement : " Obtenir deux boules portant deux nombres pairs".
Montrer que $p(A) = \frac{1}{3}$
- 2) On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement A est réalisé.
Montrer que $p(X = 1) = \frac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Problème (8 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2 \ln x$

On considère ci-contre le tableau de variations de la fonction g sur $]0, +\infty[$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	0
			+
$g(x)$	$+\infty$		$+\infty$

$g(1)$

0.25 1) Calculer $g(1)$

0.75 2) En déduire à partir du tableau que

$$g(x) > 0 \text{ pour tout } x \text{ appartenant à }]0, +\infty[$$

II- On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1) \ln x$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 2 cm)

0.75 1) Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.

0.5 2)a- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (pour le calcul de la limite on pourra utiliser l'écriture

$$\text{suivante } f(x) = x \left[\frac{3}{x} - 3 + 2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right])$$

0.5 b- Montrer que la courbe (C) admet , au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées .

0.75 3) a-Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x appartenant à $]0, +\infty[$

0.75 b- En déduire que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0, +\infty[$

0.5 4)a- Montrer que $I(1, 0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C)

0.25 b-Montrer que $y = x - 1$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point I

0.75 c-Construire , dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , la droite (T) et la courbe (C)

0.5 5) a-Montrer que : $\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$

0.75 b - A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\int_1^2 (x+1) \ln x dx = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$

0.5 c- Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

0.5 6) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x \in]0, +\infty[; (x+1) \ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$