

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2019
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RS26F

2	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)

تعليمات للمترشح(ة)

Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 3 pages :la première est réservée aux recommandations.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ; 	<ul style="list-style-type: none"> يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
<ul style="list-style-type: none"> L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé; 	<ul style="list-style-type: none"> يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
<ul style="list-style-type: none"> <u>Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);</u> 	<ul style="list-style-type: none"> <u>ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);</u>
<ul style="list-style-type: none"> Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions; 	<ul style="list-style-type: none"> يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
<ul style="list-style-type: none"> Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible; 	<ul style="list-style-type: none"> ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
<ul style="list-style-type: none"> Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction; 	<ul style="list-style-type: none"> يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
<ul style="list-style-type: none"> Eviter l'écriture au stylo rouge; 	<ul style="list-style-type: none"> يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
<ul style="list-style-type: none"> Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen. 	<ul style="list-style-type: none"> تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

Exercice n°1:(4.5 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par: $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n - 9}{u_n - 5}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 0.75 2. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n < 3$
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{5 - u_n}$
- 0.5 3.b. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.
- 0.25 4. En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
5. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{-2u_n + 4}{u_n - 3}$
- 0.25 5.a. Vérifier que $v_0 = -1$
- 0.5 5.b. Montrer que $v_{n+1} = \frac{-u_n + 1}{u_n - 3}$
- 0.5 5.c. En déduire que (v_n) est une suite arithmétique de raison 1
- 0.25 6.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{3v_n + 4}{v_n + 2}$
- 0.25 6.b. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{3n + 1}{n + 1}$
- 0.25 6.c. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2 :(4pts) (Les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Un sac S_1 contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac S_2 contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : « on tire une boule du sac S_1 puis on tire une boule du sac S_2 »

On considère les événements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont blanches »

B : « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

- 1.5 1. Montrer que $p(A) = \frac{1}{12}$
- 1.5 2. Montrer que $p(\bar{B}) = \frac{7}{24}$ (\bar{B} est l'événement contraire de B) et en déduire $p(B)$
- 1 3. Calculer $p(A \cup B)$

Exercice n°3 :(11.5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (1 - \ln x) \ln x$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 0.75 1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.
- 0.5 2.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 2.b. On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.
- 1 3.a. Montrer que, pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{1}{x}(1 - 2 \ln x)$
- 1.25 3.b. Montrer que f est croissante sur $]0; \sqrt{e}]$ et qu'elle est décroissante sur $[\sqrt{e}; +\infty[$
- 0.5 3.c. Calculer $f(\sqrt{e})$ puis dresser le tableau de variations de f
- 1.5 3.d. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et en déduire les coordonnées des points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.
- 1 3.e. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$
- 0.75 4.a. Montrer que $f''(x) = \frac{1}{x^2}(2 \ln x - 3)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 4.b. Montrer que $A\left(e^{\frac{3}{2}}; \frac{-3}{4}\right)$ est un point d'inflexion de (C_f)
5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f et soit F la fonction définie par :
- $$F(x) = -x(\ln x)^2 + 3x \ln x - 3x$$
- 0.5 5.a. Montrer que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$
- 0.75 5.b. A partir de la courbe (C_f) ci-dessous, donner les variations de F sur $]0; +\infty[$
- 1 5.c. Calculer l'aire de la partie hachurée.

