

Exercice 1 : 2points

Soit la fonction numérique de la variable réel x définie sur intervalle $I =]1, +\infty[$

$$h(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}$$

1) Vérifier que : $h(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}$

2) En déduire que : $\int_2^3 h(x) dx$

Exercice 2 : 5points

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 6}$ et $u_0 = 2$

1) Calculer u_1 et u_2 .

2) a- Montrer par récurrence pour tout n de \mathbb{N} que : $u_n > 1$

b- Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante, en déduire qu'elle est convergente.

3) On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n + 4}{u_n - 1}$

a- Calculer $v_n - 1$ en fonction de u_n puis en déduire pour tout n de \mathbb{N} que : $v_n > 1$

b- Montrer pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{v_n + 4}{v_n - 1}$

c- Montrer que la suite est une suite géométrique de raison $q = \frac{7}{2}$ puis calculer

v_n en fonction de n .

d- En déduire u_n en fonction de n .

e- Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 3 : (9.5points)**Partie I:**

On considère la fonction numérique g définie sur $] -\infty, 0]$ par : $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \ln(e^x - 1)$

1) Montrer que : $g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(e^x + 1)^2} \quad \forall x \in] -\infty, 0]$.

2) a- Calculer $g(0)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

SABBAR AMINE

b- Dresser le tableau de variation de g .

3) En déduire que : $g(x) < 0 \quad \forall x \in]-\infty, 1]$.

4) a- Calculer $g''(x)$ et en déduire la concavité de C_g .

SABBAR AMINE

b- Calculer $g'(0)$ puis tracer (C_g) . (On prend $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4\text{cm}$ et $g(0) \cong -0, 2$).

Partie II :

Soit f la fonction numérique définie sur I par : $f(x) = \frac{\ln(e^x + 1)}{e^x}$

1) Poser : $t = e^x$ calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) a- Calculer $f'(x)$ et en déduire que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x} \quad \forall x \in]-\infty, 1]$

b- Calculer $f(0)$ et dresser le tableau de variation de f puis en déduire que :

$$\ln 2 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in]-\infty, 1]$$

Exercice 4 : (3.5points)

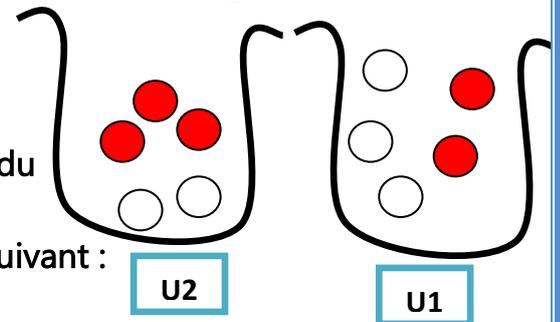
Un sac u_1 contient trois boules blanches, et deux boules rouges.

Un autre sac u_2 contient deux boules blanches et trois boules rouges. Toutes Les

boules sont indiscernables au toucher

on tire une boule du sac U_1 puis on tire une boule du

sac U_2 . On considère les deux événements suivant :



SABBAR AMINE

A : «Les deux boules tirées sont de la même couleur»

B : «La boule tirée de est rouge»

1) Calculer $P(B)$ et montrer que : $P(A) = \frac{12}{25}$

2) Sachant que la boule tirée du sac U_1 est rouge qu'elle est la probabilité que les deux boules tirées soient de la même couleur.