

**Exercice 1 :**

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $t^2 - 3t + 2 = 0$
- 2) En déduire dans  $]0, +\infty[$  :
  - a- les solutions de l'équation :  $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 = 0$
  - b- Ensembles des solutions de l'inéquation :  $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 < 0$

**Exercice 2 :**

Soit la fonction numérique de la variable réel  $x$  définie sur  $[1, e]$  par :  $h(x) = x - \ln x$

- 1) Calculer  $h'(x)$  puis étudier son signe et déduire que  $h$  est croissante sur  $[1, e]$ .
- 2) Donner le tableau de variation de  $h$  sur  $[1, e]$  et vérifier que :  $h([1, e]) \subset [1, e]$ .
- 3) On considère la suite numérique  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie :  $\begin{cases} u_{n+1} = h(u_n) \\ u_0 = e \end{cases}$ 
  - a- Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $1 \leq u_n \leq e$
  - b- Montrer que  $u_n$  est une suite décroissante.
  - c- En déduire qu'elle est convergente.
  - d- Montrer que :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

**Exercice 3 :****Partie I :**

Soient  $f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$  et  $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$  définies sur  $]0, +\infty[$

- 1) Montrer que  $g'(x) = -(2x + \frac{1}{x})$  et déterminer le signe de  $g'(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .
- 2) a- Calculer  $g(1)$  puis dresser le tableau de variation de  $g$  sur  $]0, +\infty[$ .
  - b- En déduire que pour tout  $x$  de  $]0, 1]$  :  $g(x) \geq 0$  et que pour tout  $x$  de  $]1, +\infty[$  :  $g(x) < 0$ .

Sabbar amine

- 3) Montrer que :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \quad \forall x \in ]0, +\infty[$ .

**Partie II :**

Soit  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

- 2) b- Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et montrer que (C) admet un asymptote oblique ( $\Delta$ ) d'équation  $y = -x$  au voisinage de  $+\infty$ .
- c- étudier la position relative de courbe (C) et la droite ( $\Delta$ ).
- 3) Calculer  $f(1)$  puis dresser le tableau de variation de  $f$  (on utilise le résultat de la question 3 de la partie I).
- 4) Tracer la courbe (C) et la droite ( $\Delta$ ). (On admet que (C) un point d'inflexion d'abscisse  $e^{3/2}$  avec :  $e^{3/2} \cong 4.5$  et  $f(e^{3/2}) \cong -4$ ).

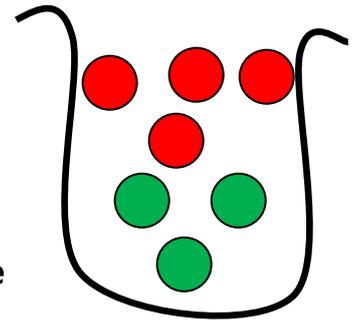
#### Exercice 4:

Une urne contient sept boules indiscernables au toucher, quatre boules rouges, trois boules vertes.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On tire une boule  $b$  de l'urne et on marque sa couleur :

- si  $b$  est rouge alors on la remet dans l'urne et puis on tire une deuxième boule.
- si  $b$  est verte alors on ne la remet pas dans l'urne et puis on tire une deuxième boule.



Sabbar amine

On considère les événements suivants :

A «les deux boules tirées sont de la même couleur»

B « tirage d'une boule rouge dans le deuxième tirage»

- 1) Montrer que  $p(A) = \frac{23}{49}$ .
- 2) Calculer  $p(B)$ .
- 3) Est-ce que les événements A et B sont indépendants ? justifier votre réponse.