



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع



الصفحة
1
3

4	المعامل	NS26	الرياضيات	المادة
2 س	مدة الإفجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعب (ة) أو المسلك

تعليمات للمترشح

- ✓ يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- ✓ يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- ✓ يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ✓ يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ✓ ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- ✓ يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح.
- ✓ تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- ✓ تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان .

التمرين الأول (2.5 نقطة)

- 0.5 1 . حل في \square المعادلة : $t^2 - 3t + 2 = 0$
- 2 . استنتج في $]0; +\infty[$:
- 1 أ . حل المعادلة : $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 = 0$
- 1 ب . مجموعة حلول المتراجحة : $(\ln x)^2 - 3(\ln x) + 2 < 0$.

التمرين الثاني (5 نقط)

- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[1; e]$ ب : $h(x) = x - \ln x$.
- 0.75 1 . أ . احسب $h'(x)$ و ادرس إشارتها على المجال $[1; e]$ ثم بين أن h تزايدية على هذا المجال .
- 1 ب . ضع جدول تغيرات الدالة h على المجال $[1; e]$ ثم بين أن $h([1; e]) \subset [1; e]$.
- 2 . نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :
- $$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = u_n - \ln u_n ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
- 1 أ . بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $1 \leq u_n \leq e$.
- 1 ب . بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية .
- 0.25 ج . استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة .
- 1 د . باستعمال ما سبق بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

التمرين الثالث (9.5 نقط)

- نعتبر الدالتين العدديتين f و g للمتغير الحقيقي x المعرفتين على $]0; +\infty[$ بما يلي :
- $$f(x) = -x + \frac{\ln x}{x} \quad \text{و} \quad g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$$

الجزء الأول

- 1 . بين أن : $g'(x) = -\left(2x + \frac{1}{x}\right)$ ثم حدد إشارة $g'(x)$ على $]0; +\infty[$.
- 0.75 2 . أ . احسب $g(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند محدي $]0; +\infty[$ غير مطلوب) .
- 1 ب . استنتج أن : $g(x) \geq 0 ; \forall x \in]0; 1[$ و $g(x) < 0 ; \forall x \in]1; +\infty[$.
- 1 3 . بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} ; \forall x > 0$.

الجزء الثاني

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1.25

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن (C) يقبل مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = -x$. 1.25

ج. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) . 1.5

2. احسب $f(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة f . (يمكن استعمال نتيجة السؤال 3. من الجزء الأول). 0.75

3. أنشئ (C) . (قبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها $e^{\frac{3}{2}}$ ؛ وأن $e^{\frac{3}{2}} \approx 4,5$ و $e^{\frac{3}{2}} \approx -4$). 1

التمرين الرابع (3 نقط)

يحتوي صندوق على سبع كرات غير قابلة للتمييز باللمس، أربع منها حمراء وثلاث خضراء. نقوم بالتجربة التالية:

" نسحب كرة b من الصندوق ونسجل لونها.

- إذا كانت b حمراء نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب كرة ثانية؛

- إذا كانت b خضراء لا نعيدها إليه ثم نسحب كرة ثانية."

ليكن A الحدث: " الحصول على كرتين من نفس اللون في السحبتين "

و B الحدث: " سحب كرة حمراء في المرة الثانية "

1. بين أن: $p(A) = \frac{23}{49}$ ثم احسب $p(B)$ (يمكن الاستعانة بشجرة الاختيارات). 2

2. هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل جوابك. 1



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
عناصر الإجابة



الصفحة
1
2

4	المعامل	NR26	الرياضيات	المادة
س 2	مدة الإجابة	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعب (ة) أو المسلك

المجموع	التمرين الأول (2.5 ن)		
0.5	1. حل المعادلة هما 1 و 2 : 0.5		
1	2. أ. حل المعادلة هما e و e ² : 1		
1	2. ب. مجموعة حلول المترابحة :]e; e ² [؛ 1		
التمرين الثاني (5 ن)			
0.75	1. أ. 0.25 : $\forall x > 0; h'(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ؛ 0.25 : $\forall x \in [1; e]; x \geq 1$ لأن $h(x) > 0$ ؛ تزايدية : 0.25		
1	1. ب. 		
1	0.5 : $h([1; e]) = [1; e-1] \subset [1; e]$ حسب الجدول		
1	2. أ. لدينا $1 \leq u_0 \leq e$ ؛ نفترض أن $1 \leq u_n \leq e$ و بما أن h تزايدية فإن : $h(1) \leq h(u_n) \leq h(e)$ ؛ أي أن : $1 \leq u_{n+1} \leq e-1 < e$ ومنه : $1 : \forall n : 1 \leq u_n \leq e$		
1	2. ب. $u_{n+1} - u_n = -\ln u_n \leq 0$ (لأن $u_n \geq 1$ و $\ln u_n \geq 0$)		
0.25	2. ج. (u_n) تناقصية ومصغرة إذن فهي متقاربة : 0.25		
1	2. د. h متصلة و $h([1; e]) \subset [1; e]$ و $u_0 \in [1; e]$ و (u_n) متقاربة و $u_{n+1} = h(u_n)$ ؛ 0.5 ؛ إذن النهاية l تحقق $l = h(l)$ أي $l = l - \ln l$ ومنه $l = 1$: 0.5		

التمرين الثالث (9.5 ن)

الجزء الأول

1	حساب $g'(x)$: 0.5 ؛ $g'(x)$ سالبة على \mathbb{R}_+^* : 0.5	1.																		
0.75	<p style="text-align: right;">حساب $g(1)$: 0.25</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">g'(x)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">-</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">g(x)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>		x	0	1	$+\infty$			g'(x)	-					g(x)					2. أ.
	x	0	1	$+\infty$																
	g'(x)	-																		
	g(x)																			

1	من خلال الجدول نستنتج أن: $g(x) \geq 0$ ؛ $\forall x \in]0;1]$: 0.5 ؛ $g(x) < 0$ ؛ $\forall x \in]1;+\infty[$: 0.5	ب. 2
1	$1 : f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} ; \forall x > 0$	3.

الجزء الثاني

1.25	$0.75 : \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ ؛ محور الأرتاب مقارب لـ (C) : 0.5	1. أ.																		
1.25	$0.5 : \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ؛ $0.5 : \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 0$ ؛ إذن (Δ) مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$: 0.25	ب. 1																		
1.5	$1 : \ln x$ إشارة $f(x) + x$ على $]0;+\infty[$ هي إشارة $\frac{\ln x}{x}$ ؛ (C) "تحت" (Δ) على المجال $]0;1[$ و "فوق" (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ ؛ نقطة تقاطع (C) و (Δ) : 0.5	ج. 1																		
0.75	<p style="text-align: right;">0.25 : $f(1) = -1$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">f'(x)</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">f(x)</td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>		x	0	1	$+\infty$			f'(x)	+	0	-			f(x)					2.
	x	0	1	$+\infty$																
	f'(x)	+	0	-																
	f(x)																			
1	إنشاء (C) : 1	3.																		

التمرين الرابع (3 ن)

2	<p style="text-align: right;">من خلال شجرة الاحتمالات :</p> <p style="text-align: right;">احتمال سحب كرتين لونهما أحمر هو $\frac{16}{49}$ واحتمال سحب كرتين لونهما أخضر هو $\frac{1}{7}$</p> <p style="text-align: right;">إذن $1 : p(B) = \frac{30}{49}$ ؛ $1 : p(A) = \frac{23}{49}$</p>	1.
1	$0.25 p(A \cap B) \neq p(A)p(B)$ ؛ $0.75 : p(A \cap B) = \frac{16}{49}$	2.