الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

9	المعامل	RS25	الرياضيات	المادة
4	مدة الإنجاز		شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	الشعب(ة) أو المسلك

La durée de l'épreuve est de 4 heures.

L'épreuve comporte cinq exercices tous indépendants deux à deux.

Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- -Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques.
- - Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique.
- -Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes.
- - Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse.
- - Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse.

Les calculatrices non programmables sont autorisées

Premier exercice :(3.5 points)

Pour tout x et y de l'intervalle I $0,1$ on pose : $x \quad y \quad \frac{xy}{xy \quad 1 \quad x \quad 1 \quad y}$

0.5 1-a)Montrer que est une loi de composition interne dans I

0.5 b) Montrer que la loi est commutative et associative.

0.5 c) Montrer que $I,$ admet un élément neutre que l'on déterminera.

0.5 2-Montrer que $I,$ est un groupe commutatif.

3-On considère les deux ensembles $H \quad 2^n / n$ et $K \quad \frac{1}{1 \quad 2^n} / n$

0.5 a)Montrer que H est un sous-groupe de *,

0.5 b) On considère l'application : $: H \quad I$

$$x \quad \frac{1}{1 \quad x}$$

montrer que est un homomorphisme de $H,$ vers $I,$

0.5 c)En déduire que K est un sous-groupe de $I,$

Deuxième exercice :(2.5points)

Soit x un nombre entier naturel tel que : $10^x \quad 2 \quad 19$

0.25 1- a) vérifier que : $10^{x \; 1} \quad 1 \;\; 19$

0 .5 b) Montrer que : $10^{18} \quad 1 \;\; 19$

2- Soit d le plus grand diviseur commun des deux nombres 18 et $x \quad 1$

0.75 a) Montrer que : $10^d \quad 1 \;\; 19$

0.5 b) Montrer que : $d \quad 18$

0.5 c)En déduire que : $x \quad 17 \;\; 18$

Troisième exercice :(4 points)

Première partie : On considère dans l'ensemble l'équation :

$$E \quad z^3 \quad (1 \quad 2i)z^2 \quad 3(1 \quad i)z \quad 10(1 \quad i) \quad 0$$

0.5 1-Vérifier que $2i$ est une solution de l'équation E

0.5 2-Déterminer les deux nombres complexes et tels que :

$$z \qquad z^3 \quad (1 \quad 2i)z^2 \quad 3(1 \quad i)z \quad 10(1 \quad i) \quad (z \quad 2i)(z^2 \qquad z \qquad)$$

0.5 3-a) Déterminer les deux racines carrées du nombre $5 \quad 12i$

0.5 b) Résoudre dans l'équation E

Deuxième partie : Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct.

On considère les points A et B et C d'affixes respectifs $a \quad 1 \quad 3i$ et $b \quad 2i$ et $c \quad 2 \quad i$

0.5 1-Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C

2-On considère la rotation R_1 de centre B et dont une mesure de l'angle est $\frac{}{3}$ et la rotation R_2 de centre A et dont une mesure de l'angle est $\frac{2}{3}$ .Soit M un point du plan complexe d'affixe z et M_1 son image par la rotation R_1 et M_2 son image par la rotation R_2.

0.5 a)Vérifier que l'expression complexe de la rotation R_1 est : $z' \quad \frac{1 \quad i\sqrt{3}}{2} \quad z \quad \sqrt{3} \quad i$

0.5 b) Déterminer z_2 l'affixe de M_2 en fonction de z

0.5 c) En déduire que I , le milieu du segment M_1M_2 , est un point fixe.

Quatrième exercice :(6 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $0,$ par $f \quad x \quad x \quad \ln x$

et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

(On prendra $\|\vec{i}\| \quad \|\vec{j}\| \quad 1cm$)

1 1- calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x} f(x)$; $\lim\limits_{x \quad 0} f(x)$; $\lim\limits_{x} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x}(f(x) \quad x)$

0.25 2-a) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0 .75 b) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $0,$ vers un intervalle J que l'on déterminera puis dresser le tableau de variation de la bijection réciproque $f^{\quad 1}$

0 .75 3) Calculer $f(1)$ et $f(e)$ puis construire (C) et (C') la courbe représentative de $f^{\quad 1}$ dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$

0 .5 4- a) Calculer l'intégrale $\int_{1}^{e \quad 1} f^{\quad 1}(x)dx$ (on posera : $t \quad f^{\quad 1}(x)$)

0 .5 b) En déduire l'aire du domaine plan limité par (C') et les droites d'équations : $x \quad 1$; $x \quad e \quad 1$ et $y \quad x$

5- Pour tout entier naturel non nul n ,on considère l'équation : $E_n \quad x \quad \ln x \quad n$

0.25 a) Montrer que l'équation E_n admet une solution unique x_n .

0.5 b) Déterminer la valeur de x_1 puis montrer que : $\lim\limits_{n} x_n$

0.5 6-a) Montrer que : $n \quad ^* \quad f \quad x_n \quad f \quad n$ en déduire que : $n \quad ^* \quad x_n \quad n$

0.5 b) Montrer que : $n \quad ^* \quad n \quad \ln \quad n \quad x_n$

0.5 c) Calculer $\lim\limits_{n} \frac{x_n \quad n}{n}$ et $\lim\limits_{n} \frac{x_n}{n \quad \ln \quad n}$

Cinquième exercice :(4 points)

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + ... + \frac{x^n}{n}$$

0.5 1-Montrer que pour $n \geq 2$ il existe un réel unique α_n de l'intervalle $]0,1[$ tel que : $f_n(\alpha_n) = 0$

0.75 2-Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante en déduire qu'elle est convergente.

(On pose : $\ell = \lim\limits_{n \to +\infty} \alpha_n$)

0.5 3-a)Vérifier que pour $t \neq 1$ on a : $1 + t + t^2 + ... + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$

0.5 b) En déduire que : $\alpha_n + \frac{\alpha_n^2}{2} + ... + \frac{\alpha_n^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt$

0.5 4-a) Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad 1 + \ln(1-\alpha_n) = -\int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt$

0.5 b) Montrer que : $(\forall n \geq 2) \quad 0 \leq \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0.75 c) En déduire que : $\ell = 1 - e^{-1}$

FIN

المادة	الرياضيات	RR25	المعامل 9
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		مدة الإنجاز 4

Premier exercice	
1-a)	……………0.5
b)	* commutative………………0.25 * associative……………………0.25
c)	L'élément neutre ……….0.5
2-	$(I,*)$ est un groupe……………………0.5
3-a)	application de la propriété caractéristique de sous-groupe ……………………0.5
b)	homomorphisme……….0.5
c)	$\varphi(H)=K$ et l'image …………0. 5

Deuxième exercice	
1-a)	…………………………0.25
b)	…………………………0.5
2-a)	…………………………….0.75
b)	…………………………….0.5
c)	…………………………….0.5

Troisième exercice	
Première partie :1-	..................................0.5
2-	.... 0.5
3-a)	..................................0.5
b)	résolution de l'équation………0.5
Deuxième partie :1-	Isocèle…………………0.25 rectangle en A……………0.25
2-a)	……………………………0.5
b)	……………………..0.5
c)	déduction……………0.5

Quatrième exercice	
1-	……………………….1
2-a)	T.V de la fonction……….…….0.25
b)	La fonction est une bijection………………0.5 Le T.V de la bijection réciproque……….0.25
3-	Pour (C)………………….0.25 Pour (C')…………………..0. 5
4-a)	Calcul de l'intégrale………..0. 5
b)	L'aire du domaine……………..0.5
5-a)	Existence et unicité de la solution ……………0.25
b)	Valeur de x_1……………0.25 limite de la suite……….0.25
6-a)	Pour chaque inégalité ……………0.25
b)	……………………………….0.5
c)	Pour chaque limite ………………0.25

Cinquième exercice	
1-	……………………………0.5
2-	La suite est str décroissante…………0.5 la suite est minorée…………0.25
3-a)	……………………………0.5
b)	……………………………0.5
4-a)	……………………………0.5
b)	……………………………0.5
c)	……………………………0.75