★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⵏ ⵓⵙⵎⵔⵙ
ⴷ ⵓⵙⵖⵍⵍⵓ ⴰⵣⵣⴰⵢⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

- مدة إنجاز الموضوع هي أ ربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6.5 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل .....(3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3 نقط)

لدينا صندوقان U و V .الصندوق U يحتوي على 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء؛
الصندوق V يحتوي على كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء.

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U : إذا كانت حمراء، نضعها في الصندوق Vثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V ؛ و إذا كانت زرقاء، نضعها جانبا؛ ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V .

لتكن الأحداث التالية: R_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U حمراء"؛

B_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U زرقاء"؛

R_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V حمراء"؛

B_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V زرقاء"؛

0.5 1- أحسب احتمال كل من الحدثين R_U و B_U .

0.5 2- أ) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث R_U محقق.

0.5 ب) أحسب احتمال الحدث B_V علما أن الحدث B_U محقق.

1 3- بين أن احتمال الحدث B_V هو : $\frac{13}{21}$

0.5 4- استنتج احتمال الحدث R_V .

التمرين الثاني:(3.5 نقط)

نذكر أن $(M_3(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية وحدتها $I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ و أن $(\mathbb{R},+,\times)$ جسم تبادلي.

لكل عدد عقدي $z=x+iy$ حيث $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ ، نضع : $M(z)=\begin{pmatrix}x+2y&0&5y\\0&1&0\\-y&0&x-2y\end{pmatrix}$

و نعتبر المجموعة $E=\{M(z)/z\in\mathbb{R}\}$

1- نزود المجموعة E بقانون تركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي:

$$M(z)*M(z')=M(z)+M(z')-M(0) \quad : \quad (\forall z\in\mathbb{R})\ (\forall z'\in\mathbb{R})$$

1 بين أن $(E,*)$زمرة تبادلية.

2- نعتبر التطبيق : $f:\mathbb{R}^*\to E$ الذي يربط كل عدد عقدي z من $\mathbb{R}^*$ بالمصفوفة $M(z)$

1 أ) بين أن f تشاكل من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,\times)$

0.5 ب) استنتج أن $(E-\{M(0)\},\times)$ زمرة تبادلية.

1 3- بين أن $(E,*,+)$ جسم تبادلي.

التمرين الثالث:(3.5 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية:

$$(E):\ z^2-\left(1+\sqrt{3}\right)(1+i)z+4i=0$$

0.5 1- أ) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو: $\Delta=\left(\sqrt{3}-1\right)^2(1-i)^2$

1 ب) أكتب على الشكل المثلثي كل حل من حلي المعادلة (E)

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقطتين A و B التي لحقيهما على التوالي $a=1+i\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{3}+i$

0.75 أ) بين أن (D) مجموعة النقط من المستوى العقدي التي لحقها z يحقق : $z=\frac{1}{2}a\bar{z}$ هي مستقيم يمر من النقطة B

ب) لتكن M و M' نقطتان لحقاهما على التوالي z و z' بحيث: $z'=a\bar{z}-b$ و $z\neq b$

0.5 بين أن : $\frac{b^2}{(z'-b)(z-b)}=\frac{2}{|z-b|^2}$

0.75 ج) استنتج أن المستقيم (D) هو منصف الزاوية $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'}\right)$

التمرين الرابع : (6.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي: $f_n(x)=\ln(x)-\frac{n}{x}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 1- أ) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_n)

0.75 ب) أدرس تغيرات الدالة f_n على $]0,+\infty[$ ثم أعط جدول تغيراتها.

0.5 ج) أنشئ (C_2)

0.5 2- بين أن الدالة f_n تقابل من $]0,+\infty[$ نحو $\mathbb{R}$

0.5 3- أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n أكبر من أو يساوي 1 ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]0,+\infty[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$

0.5 ب) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$

0.5 ج) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 1}$ تزايدية قطعا.

0.5 4- أ) بين أن: $\ln(x)<x$; $(\forall x>0)$

0.5 ب) بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n=+\infty$

5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع: $I_n = \dfrac{1}{\alpha_{n+1}-\alpha_n}\int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x)dx$

0.5 أ) بين أن : $I_n = f_n(c_n)$: $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)\left(\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}]\right)$

0.5 ب) بين أن : $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$; $0 \le I_n \le \dfrac{1}{\alpha_{n+1}}$

0.5 ج) حدد: $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

التمرين الخامس: (3.5 نقط)

n عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 .

نعتبر الدالة العددية g_n ذات المجهول x المعرفة على المجال $[n,+\infty[$ بما يلي: $g_n(x) = \int_n^x \dfrac{1}{\ln t}dt$

0.5 1- أ) بين أن الدالة g_n قابلة للاشتقاق على المجال $[n,+\infty[$ ثم حدد دالتها المشتقة الأولى g'_n

0.25 ب) بين أن الدالة g_n تزايدية قطعا على المجال $[n,+\infty[$

0.5 2- أ) بين أن: $\left(\forall x \ge n\right)$; $g_n(x) \ge \ln\left(\dfrac{x-1}{n-1}\right)$

(يمكنك استعمال المتفاوتة التالية: $\left(\forall t \ge 0\right)$; $\ln(1+t) \le t$)

0.25 ب) استنتج أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x) = +\infty$

0.25 3- أ) بين أن الدالة g_n تقابل من المجال $[n,+\infty[$ نحو المجال $[0,+\infty[$

0.5 ب) استنتج أن: $\left(\forall n \ge 2\right)\ \left(\exists!\, u_n \ge n\right)$: $\int_n^{u_n} \dfrac{1}{\ln t}dt = 1$

4- نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)_{n\ge 2}$ المعرفة في السؤال 3- ب)

0.5 أ) بين أن: $\left(\forall n \ge 2\right)$; $\int_{u_n}^{u_{n+1}} \dfrac{1}{\ln t}dt = \int_n^{n+1} \dfrac{1}{\ln t}dt$

0.5 ب) استنتج أن المتتالية $\left(u_n\right)_{n\ge 2}$ تزايدية قطعا.

0.25 ج) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

انتهى

★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- عناصر الإجابة -

RR24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

التمرين الأول		عناصر الإجابة	النقط
-1		$p(R_U)=\frac{1}{2}$ و $p(R_V)=\frac{1}{2}$	0.5
-2	أ)	$p(B_V / R_U)=\frac{4}{7}$	0.5
	ب)	$p(B_V / B_U)=\frac{4}{6}$	0.5
-3		$p(B_V)=\frac{13}{21}$	1
-4		$p(R_V)=\frac{8}{21}$	0.5

التمرين الثاني		عناصر الإجابة	النقط
-1		$(E,*)$ زمرة تبادلية	1
-2	أ)	j تشاكل	1
	ب)	الاستنتاج	0.5
-3		$(E,*,')$ جسم تبادلي	1

التمرين الثالث		عناصر الإجابة	النقط
-1	أ)	التحقق	0.5

	ب)	$z = 2e^{i\frac{p}{3}}$ أو $z = 2e^{i\frac{p}{6}}$	0.5+0.5
-2	أ)	(D) مستقيم ..... 0.5 $b = \frac{1}{2}a\bar{b}$ 0.25	0.75
	ب)	اثبات المتساوية	0.5
	ج)	الاستنتاج	0.75

التمرين الرابع		عناصر الاجابة	النقط
-1	أ)	بالنسبة للدراسة على اليمين في 0 ..... 0.25 بالنسبة للدراسة بجوار $+¥$ 0.5	0.75
	ب)	دراسة التغيرات..... 0.5 جدول التغيرات..... 0.25	0.75
	ج)	الانشاء	0.5
-2		الدالة تقابل	0.5
-3	أ)	استعمال التقابل أو أية طريقة صحيحة أخرى	0.5
	ب)	المقارنة	0.5
	ج)	رتابة المتتالية	0.5
-4	أ)	اثبات المتفاوتة	0.5
	ب)	اثبات النهاية	0.5
-5	أ)	البرهنة	0.5
	ب)	اثبات المتفاوتة المزدوجة	0.5
	ج)	تحديد النهاية	0.5

التمرين الخامس		عناصر الإجابة	النقط
-1	أ)	قابلية الاشتقاق..... 0.25	0.5

		حساب المشتقة.....0.25	
	ب)	الدالة تزايدية قطعا	0.25
-2	أ)	حساب $\int_n^x \frac{1}{t-1}dt = \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$ .....0.25 المتفاوتة.....0.25	0.5
	ب)	الاستنتاج	0.25
-3	أ)	g_n تقابل	0.25
	ب)	الاستنتاج	0.5
-4	أ)	اثباث المتساوية	0.5
	ب)	الستنتاج	0.5
	ج)	تحديد النهاية	0.25