Exercice 01 : 4,5 points

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 2 \;\; et \; U_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+3}$ $\forall n \in IN$

1) a-Calculer U_1 et U_2.

b-Montrer que pour tout n de IN : $U_{n+1} - 1 = \frac{u_n-1}{2u_n+3}$ $puis$ montrer par Récurrence que pour tout n de IN : $U_n > 1$.

c-Montrer que pour tout n de IN : $U_{n+1} - U_n = 2\left(\frac{1-u_n{}^2}{2u_n+3}\right)$

d- En déduire que $U_n$est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

2) On suppose que : $V_n = \frac{u_n-1}{u_n+1}$ $\forall n \in IN$

a. Vérifier que pour tout n de IN $V_n \neq 1$

b. Calculer V_0.

c. Montrer que $\mathrm{V_{n+1}} = \frac{3u_n+5}{2(u_n+1)}$ et en déduire que V_n une suite géométrique.

d. Calculer $\mathrm{V_n}$ en fonction de n .

3) a- Montrer que $U_n = \frac{1+V_n}{1-V_n}$

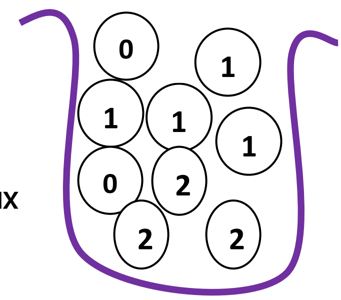
b- En déduire que $U_n = \frac{1+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n}$ $pour\ tout\ n\ de\ IN$

c- Calculer la limite de $\mathrm{u_n}$ en $+\infty$.

Exercice 02 : 4,5 points

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les numéros :

0 ; 0 ; 1; 1; 1; 1; 2 ; 2 ; 2



On tire simultanément au hasard deux boules du sac

1) Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2) Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées

a-Montrer que

b-Copier et compléter le tableau ci-contre en justifiant les réponses

c-Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable X

x_i	0	1	2	4
$p(X = x_i)$				

Exercice 03 : 1 ,5 points

On pose : $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ et $J = \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$

1) Calculer I puis Calculer $I + J$
2) En déduire que $J = \frac{1}{2}(1 - ln2)$

Exercice 04 : 1 0 points

On considère la fonction numérique$f$ de la variable réelle x définie sur IR^* par :

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)e^x$$

1) a-Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

b-Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

c-Montrer que $\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

2) a- Montrer que pour tout x de IR^*: $f'(x) = \frac{(x^2-x+1)}{x^2}e^x$

b- Montrer que : $f'(x) > 0$ pour tout x de IR^*.

c- En le sens de variation de f sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$.

d- Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variation sur f.

3) Dans la figure ci- dessous(Cf) est la courbe représentative de f dans le repère(o,i,j)

a-Donner l'équation de la tangente à au point d'abscisse 1 .

b- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 2$

c- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = -2$