

الصفحة	1	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> الدورة العادية 2021 - الموضوع -	الجمهورية المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
4	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS			NS 22AG
**				
3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة	
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك	

### INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

### COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	fonctions numériques	2 points
Exercice 2	suites numériques	4 points
Exercice 3	Nombres complexes	5 points
Problème	Etude de fonctions numériques et calcul intégral	9 points

- ✓ On désigne par  $\bar{z}$  le conjugué du nombre complexe  $z$
- ✓  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع	
2	NS 22AG	- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	
4			

**Exercice 1 : (2 points )**

- 0.5 1) a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$
- 0.5 b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$
- 0.5 c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^{2x} - 1}$
- 0.5 2) Montrer que l'équation  $e^{2x} + e^x + 4x = 0$  admet une solution dans l'intervalle  $[-1, 0]$

**Exercice 2 : (4 points )**

Soit  $(u_n)$  la suite numérique définie par :  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.25 1) Calculer  $u_1$
- 0.5 2) Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$
- 0.5 3) a) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$
- 0.5 b) En déduire la monotonie de la suite  $(u_n)$
- 0.75 4) a) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $0 < u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$  ; puis calculer la limite de la suite  $(u_n)$
- 0.5 b) On pose  $v_n = \ln(3 - 2u_n)$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ , calculer  $\lim v_n$
- 0.5 5) a) Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $\frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$
- 0.5 b) En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

**Exercice 2 : (5 points )**

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes, l'équation :  $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$
- 2) Soient les nombres complexes  $a = e^{i\frac{\pi}{6}}$  et  $b = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 0.25 a) Ecrire  $a$  sous forme algébrique .
- 0.5 b) Vérifier que  $\bar{a}b = \sqrt{3}$
- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $a$ ,  $b$  et  $\bar{a}$  .
- 0.5 3) Montrer que le point  $B$  est l'image du point  $A$  par une homothétie  $h$  de centre  $O$  dont on déterminera le rapport.

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع	
3	NS 22AG	مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	
4			

4) Soient  $z$  l'affixe d'un point  $M$  du plan et  $z'$  l'affixe du point  $M'$  image de  $M$  par la rotation  $R$  de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

- 0.5 a) Ecrire  $z'$  en fonction de  $z$  et  $a$ .
- 0.25 b) Soit  $d$  l'affixe du point  $D$  image de  $C$  par la rotation  $R$ , montrer que  $d = a + 1$
- 0.5 c) Soit  $I$  le point d'affixe le nombre 1, montrer que  $ADIO$  est un losange.
- 0.75 5)a) Vérifier que  $d - b = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$ ; en déduire un argument du nombre  $d - b$
- 0.5 b) Ecrire le nombre  $1 - b$  sous forme trigonométrique.
- 0.5 c) Déduire une mesure de l'angle  $(\widehat{BI, BD})$

**Problème : (9 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $f(0) = 0$  et  $f(x) = 2x \ln x - 2x$  si  $x > 0$  et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1cm)

- 0.5 1) Montrer que  $f$  est continue à droite au point 0.
- 0.5 2)a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 0.5 b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis interpréter géométriquement le résultat
- 0.75 3) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter géométriquement le résultat
- 0.5 b) Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$
- 0.5 c) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[0, +\infty[$
- 0.5 4) a) Résoudre dans l'intervalle  $]0, +\infty[$  les équations  $f(x) = 0$  et  $f(x) = x$
- 1 b) Construire la courbe  $(C)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (on prend  $e^{\frac{3}{2}} \approx 4.5$ )
- 0.5 5) a) En utilisant une intégration par parties, montrer que  $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1+e^2}{4}$
- 0.5 b) En déduire :  $\int_1^e f(x) dx$
- 0.25 6)a) Déterminer le minimum de  $f$  sur  $]0, +\infty[$
- 0.5 b) En déduire que pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ ,  $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$

الصفحة	4	NS 22AG	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية
4			

7) Soit  $g$  la restriction de la fonction  $f$  à l'intervalle  $[1, +\infty[$

0.5 a) Montrer que la fonction  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  qu'on déterminera.

0.75 b) Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative de la fonction  $g^{-1}$

8) on considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par 
$$\begin{cases} h(x) = x^3 + 3x & ; x \leq 0 \\ h(x) = 2x \ln x - 2x & ; x > 0 \end{cases}$$

0.5 a) Etudier la continuité de  $h$  au point 0

0.5 b) Etudier la dérivabilité de la fonction  $h$  à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat.

0.25 c) La fonction  $h$  est-elle dérivable au point 0 ? justifier.

الصفحة	1
	2
**	

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2021  
- عناصر الإجابة -

ROYAUME DU MAROC  
ROYAUME ALGERIEN  
ROYAUME SAÏDI  
ROYAUME SAÏDI



الجمهورية المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني  
والتعليم العالي والبحث العلمي  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

NR 22AG

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte .

	Questions	Notes	Eléments de réponses
Exercice 1	1-a	0.5	
	1-b	0.5	
	1-c	0.5	
	2	0.5	
Exercice 2	1	0.25	
	2	0.5	
	3-a	0.5	
	3-b	0.5	
	4-a	0.75	0.5 pour l'encadrement et 0.25 pour la limite
	4-b	0.5	0.25 pour la continuité de la fonction et 0.25 pour la limite de la suite
	5-a	0.5	
	5-b	0.5	
Exercice 3	1	0.75	0.25 pour le discriminant et 0.25 pour chaque solution
	2-a	0.25	
	2-b	0.5	
	3	0.5	0.25 pour l'existence de l'homothétie et 0.25 pour son rapport
	4-a	0.5	
	4-b	0.25	
	4-c	0.5	
	5-a	0.75	0.25 pour la vérification et 0.5 pour l'argument
	5-b	0.5	
5-c	0.5		
Prob lème	1	0.5	
	2-a	0.5	

الصفحة			
2	NR 22AG	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة	
2		- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الزراعية باللغة الفرنسية	

Problème	2-b	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	3-a	0.75	0.5 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	3-b	0.5	
	3-c	0.5	
	4-a	0.5	0.25 pour chaque équation
	4-b	1	Voir le graphe ci-dessous: 0.25 pour la tangente horizontale, 0.25 pour la demi-tangente verticale, 0.25 pour la branche parabolique et 0.25 pour l'intersection avec l'axe des abscisses .
	5-a	0.5	
	5-b	0.5	
	6-a	0.25	
	6-b	0.5	
	7-a	0.5	
	7-b	0.75	Voir le graphe ci-dessous : 0.25 pour la demi-tangente verticale, 0.25 pour l'intersection avec l'axe des ordonnées et 0.25 pour l'intersection avec la première bissectrice du repère .
	8-a	0.5	
	8-b	0.5	
8-c	0.25		

