

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2022  
- الموضوع -

المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتعليم الأولي والرياضة  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RS 26F

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الهيئة أو المسلك

**Instructions au candidat(e)**

**تعليمات للمترشح(ة)**

<p><b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b></p>	<p>هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.</p>
<p>Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.</p>	<p>تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Vous devez justifier les résultats</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ينبغي عليك تحليل النتائج؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eviter l'écriture au stylo rouge ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

### Exercice n°1:(4.5pts)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n + 1}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.5 1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- 0.5 2.a. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 0$
- 0.5 2.b. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n < 1$
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{2u_n + 1}$
- 0.25 3.b. En déduire que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante.
- 0.25 3.c. Déduire de ce qui précède que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.
4. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$
- 0.25 4.a. Calculer  $v_0$
- 0.5 4.b. Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{3}$
- 0.5 4.c. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$
- 0.25 5.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{1}{v_n + 1}$
- 0.25 5.b. Déduire de ce qui précède que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}$
- 0.25 5.c. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### Exercice n°2:(11pts)

#### Partie I

On considère la fonction numérique  $g$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$$

- 1 1. Montrer que  $g'(x) = 2\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right)$
- 1 2. En déduire que  $g$  est strictement décroissante sur  $]0; 1]$  et que  $g$  est strictement croissante sur  $[1; +\infty[$
- 0.25 3.a. Calculer  $g(1)$
- 0.25 3.b. Dresser le tableau de variations de  $g$  (Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)
- 0.5 3.c. En déduire que  $g(x) \geq 3$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$

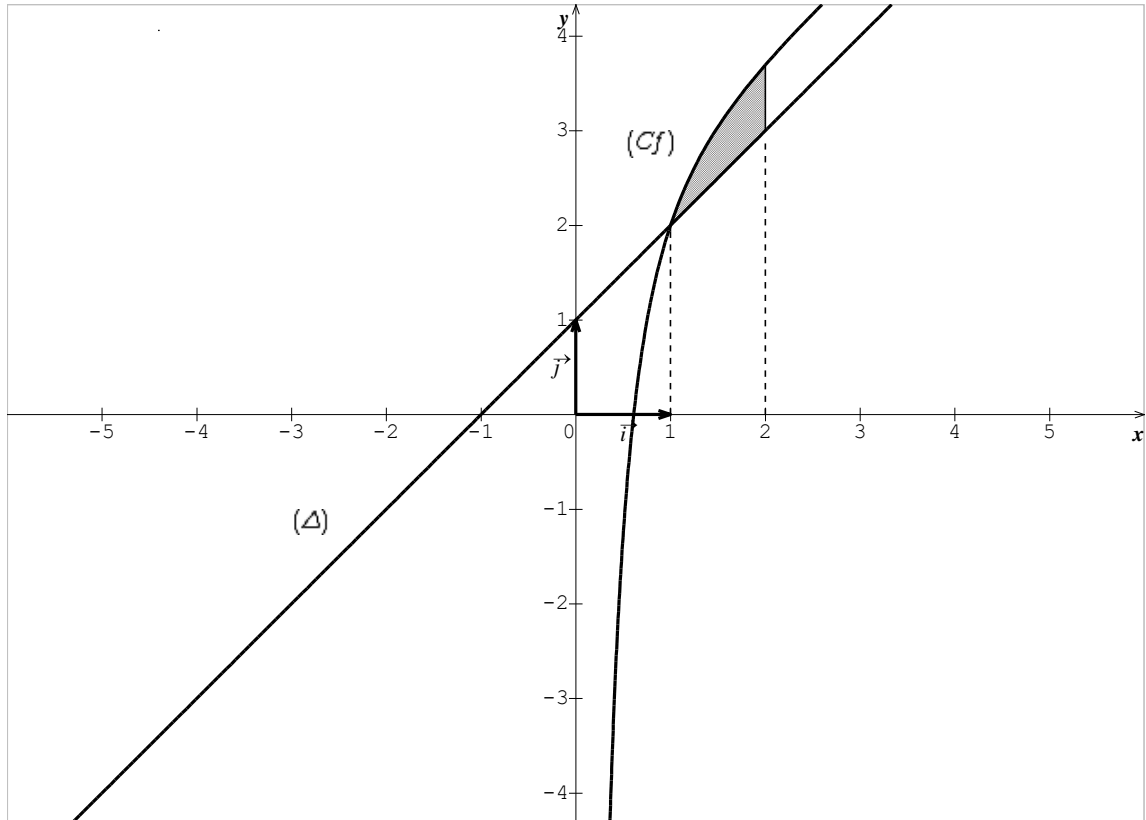
#### Partie II

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2 \ln x}{x}$$

et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1. Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 0.5 2.a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 0.5 2.b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1))$
- 0.25 2.c. Donner une interprétation géométrique du résultat
- 1 3.a. Montrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$
- 0.5 3.b. Dédire que  $f$  est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$
- 0.5 3.c. Dresser le tableau de variations de  $f$
- 1 4.a. Montrer que  $f''(x) = \frac{2}{x^3}(-3 + 2 \ln x)$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$
- 1 4.b. En déduire que la courbe  $(C_f)$  admet un point d'inflexion d'abscisse  $e\sqrt{e}$
5. Dans la figure ci-dessous  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  et  $(\Delta)$  la droite d'équation  $y = x + 1$  dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1 5.a. Montrer que  $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$
- 0.75 5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée



**Exercice n°3:(4.5pts) (On donnera les résultats sous forme de fraction)**

Une urne contient six jetons rouges portant les numéros : 1, 2, 2, 2, 3, 3 et quatre jetons verts portant les numéros : 2, 2, 2, 3 (Tous les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément au hasard trois jetons de l'urne.

On considère les événements suivants :

$A$  : « Les jetons tirés portent le même numéro »

$B$  : « Les jetons tirés sont de même couleur »

- 0.5 1. Montrer que le nombre de tirages possibles est égal à 120
- 0.75 2.a. Montrer que  $p(A) = \frac{7}{40}$
- 0.75 2.b. Calculer  $p(B)$
- 1 2.c. Calculer la probabilité de tirer trois jetons de même couleur sachant qu'ils portent le même numéro.
- 0.5 2.d. Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- 1 3. Soit  $X$  la variable aléatoire qui correspond au nombre de couleurs obtenues à chaque tirage.  
Calculer  $p(X=1)$  et  $p(X=2)$



# لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



الصفحة : 2 على 5

RR 26F

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - عناصر الإجابة  
مادة: الرياضيات - مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية

3.b.	le tableau de variations de $g$	0.25	0.25	
3.c.	$g(x) \geq 3$ pour tout $x$ de $]0; +\infty[$	0.5	0.5	
<b>Partie II</b>				
1.	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$	0.75	1	
	L'axe $(oy)$ asymptote verticale à $(C_f)$	0.25		
2.a.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.5	0.5	
2.b.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$	0.5	0.5	
2.c.	La droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à $(C_f)$ au voisinage de $+\infty$	0.25	0.25	
3.a.	$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x$ de $]0; +\infty[$	1	1	
3.b.	$f$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$	0.5	0.5	
3.c.	Le tableau de variations de $f$	0.5	0.5	
4.a.	$f''(x) = \frac{2}{x^3}(-3 + 2 \ln x)$	1	1	
4.b.	$(C_f)$ a un point d'inflexion d'abscisse $e\sqrt{e}$	1	1	
5.a.	$\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$	1	1	
5.b.	L'aire de la partie hachurée : $(\ln 2)^2 u.a$	0.75	0.75	Le résultat sera considéré correct même sans unité d'aire

**Exercice n°3:(4.5pts)**

1.	Le nombre de tirages possibles est égal à 120	0.5	0.5	
2.a.	$p(A) = \frac{7}{40}$	0.75	0.75	
2.b.	$p(B) = \frac{1}{5}$	0.75	0.75	0.5 pour la formule +0.25 pour le calcul
2.c.	$p(A \cap B) = \frac{1}{60}$ et $p_A(B) = \frac{2}{21}$	0.75+0.25	1	0.75 pour $p(A \cap B)$ et 0.25 pour $p_A(B)$ On accordera la note totale pour toute autre méthode correcte
2.d.	Les événements $A$ et $B$ ne sont pas indépendants (avec justification)	0.5	0.5	
3.	$p(X=1) = \frac{1}{5}$	0.5	1	
	$p(X=2) = \frac{4}{5}$	0.5		